

برنام خدا

آموزش نکته به نکته و مجموعه سوالات طبقه بندی شده
آزمون استخدامی دبیری ریاضی

ریاضی و حسابان ✓

آمار و احتمال و ریاضیات گسسته ✓

هندسه ✓

ریاضیات دانشگاهی ✓

پیوست ✓

سرشناسه	جهانگیری، میثم، ۱۳۷۱-
عنوان و نام پدیدآور:	آموزش نکته به نکته و مجموعه سوالات طبقه بندی شده آزمون استخدامی دبیری ریاضی و حسابان.../پدیدآورندگان میثم جهانگیری، زهرا قدرتی؛ ویراستار علی یگانه.
مشخصات نشر	تهران: چهارخونه، ۱۴۰۴.
مشخصات ظاهری	۴۶۴ ص:، جدول، نمودار.
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۳۰۵-۲۲۴-۶
وضعیت فهرست نویسی	فیپا
موضوع	آزمون های استخدامی -- ایران Employment tests--Iran
موضوع	استخدام دولتی -- ایران -- آزمون ها Civil service--Iran--Examinations
	ریاضیات -- راهنمای آزمون های آموزشی (عالی) Mathematics--Study and teaching (Higher)
	ریاضیات -- آزمون ها و تمرین ها (عالی) Mathematics--Examinations, questions, etc. (Higher)
	آموزش و پرورش -- ایران -- آزمون ها Educational tests and measurements--Iran
شناسه افزوده	قدرتی، زهرا، ۱۳۷۹-
رده بندی کنگره	JQ1۷۸۶
رده بندی دیویی	۳۵۱/۰۷۶
شماره کتابشناسی ملی	۹۸۱۸۸۰۸
اطلاعات رکورد کتابشناسی: فیپا	

آموزش نکته به نکته و مجموعه سوالات طبقه بندی شده آزمون استخدامی دبیری ریاضی

انتشارات چهارخونه

میثم جهانگیری سیاهمزگی - زهرا قدرتی سیاهمزگی

علی یگانه

مریم مقدم سلیمی

امیر گرافیک

یگانه

فتوحی

سوم - بهار ۱۴۰۴

۵۰۰ جلد

۸۸۰۰۰۰ تومان

www.4Khooneh.org

ناشر:

پدید آورندگان:

ویراستار:

طراح و صفحه آرا:

لیتوگرافی:

چاپ و صحافی:

ناظر چاپ:

نوبت چاپ:

شمارگان:

قیمت:

فروشگاه اینترنتی:

کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است. و هرگونه نسخه برداری پیگرد قانونی دارد.

تلفن مرکز پخش: ۰۹۱۲-۶۲۰۰۰۲۶ - ۶۶۹۲۷۷۹۶ - ۶۶۹۲۸۱۷۱

جهت دریافت کتاب از طریق پست به سایت www.4Khooneh.org مراجعه

نموده و یا با شماره تلفن ۶۶۹۲۸۰۲۹ (۰۲۱) تماس حاصل فرمایید.

مقدمه

یا حق

با سلام و عرض احترام به شما داوطلبین گرامی، همکاران فردا کتابی که پیش روی شماست، نتیجه تلاش‌های مداوم و عمیق در جهت آماده‌سازی و تجهیز شما برای موفقیت در آزمون استخدامی دبیری ریاضی است. هدف اصلی این کتاب، ارائه‌ی درسنامه‌های کاربردی و خلاصه شده از تمامی مطالبی است که در آزمون‌ها پوشش داده می‌شوند. این مطالب بر اساس منابع رسمی اعلام شده توسط سازمان‌های برگزارکننده آزمون، که شامل کتاب‌های راهنمای معلم و کتب ریاضی دبیرستانی هستند، جمع‌آوری و تدوین شده‌اند.

در کنار این منابع، ما به منظور ارتقاء سطح دانش شما و ارائه‌ی مفهومی جامع‌تر، درسنامه‌هایی از منابع دانشگاهی نیز اضافه کرده‌ایم. این بخش‌ها به شما کمک می‌کنند تا مفاهیم را بهتر درک کرده و مرور جامعی از مطالب داشته باشید. علاوه بر درسنامه‌ها، مجموعه‌ای از سوالات منتخب و دقیق همراه با پاسخ‌نامه‌های تشریحی در این کتاب آورده شده است. این سوالات به شما این امکان را می‌دهند تا با سبک و سیاق سوالات آزمون آشنا شده و مهارت‌های لازم برای پاسخگویی به آنها را کسب کنید.

امیدواریم که این کتاب به عنوان یک منبع کامل و بی‌نظیر، به شما در مسیر دستیابی به هدف‌هایتان کمک کند و موفقیت شما در آزمون استخدامی دبیری ریاضی را تضمین نماید.

روش مطالعه پیشنهادی

از آنجا که سرفصل‌های اعلام شده آزمون شامل مباحث ۱- مجموعه ریاضی (ریاضی عمومی، معادلات دیفرانسیل، آمار و احتمال، ریاضیات گسسته)، ۲- مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر و مبانی آنالیز عددی، ۳- اصول آموزش ریاضی و خلاقیت ریاضی، ۴- هندسه و ۵- حسابان دارای همبستگی‌ها و اشتراکات زیادی هستند، ما فصل‌بندی را جزئی‌تر و دقیق‌تر انجام داده‌ایم. همه مباحث در قالب ۳۱ فصل دسته‌بندی شده‌اند که پوششی کامل بر همه عناوین گفته شده دارند.

برای استفاده بهینه از این کتاب و به حداکثر رساندن یادگیری و آمادگی شما، توصیه می‌کنیم از روش مطالعه زیر پیروی کنید:

۱. برنامه‌ریزی زمانی: قبل از هر چیز، یک برنامه‌ریزی دقیق و منظم برای مطالعه تمامی فصل‌ها و بخش‌های کتاب تنظیم کنید. زمان‌بندی مناسب برای هر بخش از کتاب به شما کمک می‌کند تا به تدریج و با تمرکز بالا، مطالب را یاد بگیرید.
۲. مطالعه درسنامه‌ها: هر فصل را با مطالعه دقیق درسنامه‌ها آغاز کنید. این درسنامه‌ها به گونه‌ای طراحی شده‌اند که مفاهیم را به صورت خلاصه و کاربردی توضیح دهند. ابتدا سعی کنید مفهوم کلی هر درس را درک کنید و سپس به جزئیات بپردازید.
۳. یادداشت‌برداری و مرور: در هنگام مطالعه، یادداشت‌برداری از نکات مهم و مفاهیم کلیدی را فراموش نکنید. این یادداشت‌ها می‌توانند در مرورهای بعدی بسیار مفید باشند. سعی کنید هر چند روز یکبار، مطالب یادداشت شده را مرور کنید تا به خوبی در ذهن شما جا بیفتند.

۴. حل سوالات: پس از مطالعه هر فصل، به حل سوالات مربوط به آن فصل بپردازید. این سوالات به شما کمک می‌کنند تا میزان فهم و تسلط خود بر مطالب را ارزیابی کنید. پاسخ‌نامه‌های تشریحی را به دقت مطالعه کنید و در صورت بروز اشکال، به درسنامه‌ها بازگردید و دوباره مرور کنید.

۵. مطالعه منابع دانشگاهی: بخش‌های مربوط به منابع دانشگاهی را با دقت بیشتری مطالعه کنید. این بخش‌ها به شما کمک می‌کنند تا دانش عمیق‌تری از مفاهیم داشته باشید و آماده‌تر به سوالات سطح بالاتر پاسخ دهید.

۶. تست‌زنی و مرور نهایی: در هفته‌های پایانی پیش از آزمون، به مرور نهایی و تست‌زنی بپردازید. سعی کنید از سوالات مشابه آزمون‌های سال‌های قبل استفاده کنید تا با نوع سوالات و زمان‌بندی آنها آشنا شوید.

شما می‌توانید با مراجعه به صفحه اختصاصی این کتاب در سایت انتشارات چهارخونه از منابع و محتوای تکمیلی به صورت رایگان بهره‌مند شوید.

تشکر و قدردانی

کار تالیف و نگارش این کتاب جز با همکاری دقیق و متعهدانه دوست و همکار عزیزم سرکار خانم زهرا قدرتی میسر نمیشد لذا در این مجال لازم میدانم مراتب تشکر و قدردانی صمیمانه خود را از ایشان ابراز نمایم. همچنین از همسر مهربانم که در طول نگارش این کتاب همواره با حمایت‌های بی‌دریغ خود، مشوق و همیار من بوده، صمیمانه تشکر می‌کنم. همچنین از مسئولین انتشارات چهارخونه به خصوص مهندس یگانه که با همکاری و زحمات خود در به ثمر رساندن این اثر سهم به‌سزایی داشتند، کمال قدردانی را دارم. از شما خوانندگان عزیز نیز خواهشمندم که در صورت مشاهده هرگونه نقص یا داشتن پیشنهاداتی برای بهبود کتاب، از طریق فضای مجازی با من در ارتباط باشید. نظرات و پیشنهادات شما بی‌شک به ارتقاء کیفیت این کتاب کمک شایانی خواهد کرد.

آدرس من در فضای مجازی : Jahangiristudy
با آرزوی موفقیت و سربلندی برای شما عزیزان.
میشم جهانگیری

فهرست مطالب

بخش اول: ریاضی و حسابان

فصل اول: مجموعه‌ها - الگو و دنباله	۸
فصل دوم: توان‌های گویا	۱۰
فصل سوم: جبر و معادله و نامعادله	۱۲
فصل چهارم: تابع	۲۲
فصل پنجم: نمایی و لگاریتم	۴۱
فصل ششم: مثلثات	۴۴
فصل هفتم: حد و پیوستگی	۵۷
فصل هشتم: مشتق	۷۴
فصل نهم: کاربرد مشتق	۸۰
سؤالات:	۸۹
پاسخنامه:	۱۳۰

بخش دوم: آمار و احتمال و ریاضیات گسسته

فصل دهم: نظریه اعداد	۲۰۰
فصل یازدهم: شمارش	۲۱۳
فصل دوازدهم: احتمال	۲۲۳
فصل سیزدهم: آمار توصیفی	۲۲۵
فصل چهاردهم: آمار استنباطی	۲۲۶
فصل پانزدهم: مبانی ریاضیات	۲۲۸
فصل شانزدهم: گراف و مدلسازی	۲۲۹
سؤالات:	۲۳۳
پاسخنامه:	۲۴۳

بخش سوم: هندسه

فصل هفدهم: ترسیم‌های هندسی و استدلال	۲۶۰
فصل هجدهم: تالس و تشابه	۲۶۵
فصل نوزدهم: چندضلعی‌ها	۲۶۸
فصل بیستم: تجسم فضایی	۲۷۴
فصل بیست و یکم: دایره	۲۸۰

فهرست مطالب

بخش سوم : هندسه

۲۸۳	فصل بیست و دوم: تبدیل هندسی
۲۸۸	فصل بیست و سوم: روابط طولی در مثلث
۲۹۱	فصل بیست و چهارم: مقاطع مخروطی
۲۹۷	فصل بیست و پنجم: بردارها
۳۰۰	فصل بیست و ششم: ماتریس
۳۰۸	سوالات:
۳۲۵	پاسخنامه:

بخش چهارم : ریاضات دانشگاهی

۳۵۳	فصل بیست و هفتم: آنالیز ریاضی
۳۶۷	فصل بیست و هشتم: آنالیز عددی
۳۷۱	فصل بیست و نهم: ریاضیات عمومی
۳۷۶	فصل سی: معادلات دیفرانسیل
۳۸۳	سوالات:
۳۹۱	پاسخنامه:

بخش پنجم: پیوست

۴۰۳	فصل سی و یکم: پیوست: اصول آموزش و خلاقیت ریاضی (چکیده راهنمای معلم)
۴۵۳	سوالات:
۴۵۹	پاسخنامه:

ریاضی و حسابان

✓ مجموعه ها - الگو و دنباله

✓ توان های گویا

✓ جبر و معادله و نامعادله

✓ تابع

✓ نمایی و لگاریتم

✓ مثلثات

✓ حد و پیوستگی

✓ مشتق

✓ کاربرد مشتق

فصل ۱

«ریاضی و مسابان»

الگو و دنباله

دنباله

الگوهای درجه یک و درجه دو:

الگو	فرم کلی	روش به دست آوردن a	روش به دست آوردن (c, b)
درجه یک	$an + b$	مقداری که به جملات اضافه می‌شود.	با جای‌گذاری یک جمله از دنباله، مقدار b را به دست می‌آوریم.
درجه دو	$an^2 + bn + c$	- مقداری که به جملات اضافه می‌شود را زیرشان می‌نویسیم. - مقادیری که نوشتیم تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. - نصف قدرنسبت این دنباله برابر با a می‌شود.	به کمک محاسبه جمله صفرم مقدار c را به دست آورده و بعد جمله اول برابر است با $a + b + c$ که از آن b به دست می‌آید.

مثال از الگوی درجه یک و درجه دو:

جمله عمومی	جای‌گذاری جملات در الگو برای به دست آوردن ضرایب مجهول	تبدیل الگوی شکلی به عددی	الگوی شکل هندسی
$t_n = 3n + 2$	$t_n = 3n + b \xrightarrow{t_1 = 5}$ $5 = 3 + b \Rightarrow b = 2$	$5, 8, 11, \dots$ $\begin{array}{c} \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ +3 \quad +3 \end{array}$ $\Rightarrow a = 3$ پس درجه اوله	
$t_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$	$t_n = \frac{3}{2}n^2 + bn + c$ جمله صفرم C $C = 0, \frac{3}{2} + b + 0 = 1 \rightarrow b = -\frac{1}{2}$ با تشکیل ساختار جمله صفرم را پیدا می‌کنیم.	$1, 5, 12, 22, \dots$ $\begin{array}{c} \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ +4 \quad +7 \quad +10 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ +3 \quad +3 \end{array}$ $\Rightarrow a = \frac{3}{2}$ پس درجه دومه	

روابط اصلی دنباله‌های حسابی و هندسی:

دنباله حسابی (عددی)	دنباله هندسی	
تعریف	به هر جمله نسبت به جمله قبلی یک مقدار ثابت اضافه می‌شود.	هر جمله نسبت به جمله قبلی در یک مقدار ثابت ضرب می‌شود.
جمله عمومی	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 q^{n-1}$
قدرنسبت با داشتن دو جمله دلخواه	$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$	$q = m-n \sqrt{\frac{a_m}{a_n}}$
رابطه بازگشتی	$a_{n+1} = a_n + d$	$a_{n+1} = a_n \times q$
رابطه اندیس‌ها	$n + m = p + t \Rightarrow a_n + a_m = a_p + a_t$	$n + m = p + t \Rightarrow a_n \times a_m = a_p \times a_t$
سه جمله متوالی (x, y, z)	به y ، واسطه حسابی x و z می‌گویند. $y = \frac{x+z}{2}$	به y ، واسطه هندسی x و z می‌گویند. $y^2 = xz$
درج k واسطه بین a و b	$d = \frac{b-a}{k+1}$	$q^{k+1} = \frac{b}{a}$
تعدادی فرد جمله متوالی	وسطی $\times$ تعداد = مجموع مثال $\rightarrow a_1 + a_3 + a_5 = 3a_3$	تعداد (وسطی) = حاصل ضرب مثال $\rightarrow a_1 a_3 a_5 = (a_3)^3$
مجموع n جمله اول	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ یا $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$	$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$

مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n :

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مجموع مربع اعداد طبیعی از ۱ تا n :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

محاسبه a_n از روی S_n :

$$a_n = S_n - S_{n-1} \xrightarrow{\text{مثال}} a_3 = S_3 - S_2$$

نسبت مجموع $2n$ جمله اول به n جمله اول دنباله هندسی:

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = q^n + 1 \xrightarrow{\text{مثال}} \frac{S_{12}}{S_6} = q^6 + 1$$

اگر جملات a_n ، a_m و a_p یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشد، قدرنسبت دنباله هندسی از رابطه

$$q = \frac{p-m}{m-n} \text{ به دست می‌آید.}$$

مثلاً اگر جملات سوم، هفتم و سیزدهم یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن‌گاه:

$$q = \frac{13-7}{7-3} = \frac{3}{2}$$

اتحادهایی که از S_n دنباله هندسی نتیجه می‌شوند: مشترک با عبارت‌های جبری

بخش پذیری $x^n \pm a^n$ بر $x \pm a$	اتحاد
n زوج	$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$ بخش پذیر است.
	$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1})$ بخش پذیر نیست.
n فرد	$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$ بخش پذیر است.
	$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1})$ بخش پذیر است.
	$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$ بخش پذیر نیست.

توان‌های گویا

توان گویا

اگر $a^n = b$ و n عددی طبیعی باشد، می‌گوییم a ریشه n ام b است. چند مثال:

$\sqrt[3]{8} = 2$	ریشه سوم ۸
$\pm\sqrt{25} = \pm 5$	ریشه‌های دوم ۲۵
$\pm\sqrt[4]{3}$	ریشه‌های چهارم ۳
$\sqrt[5]{-1} = -1$	ریشه پنجم -۱

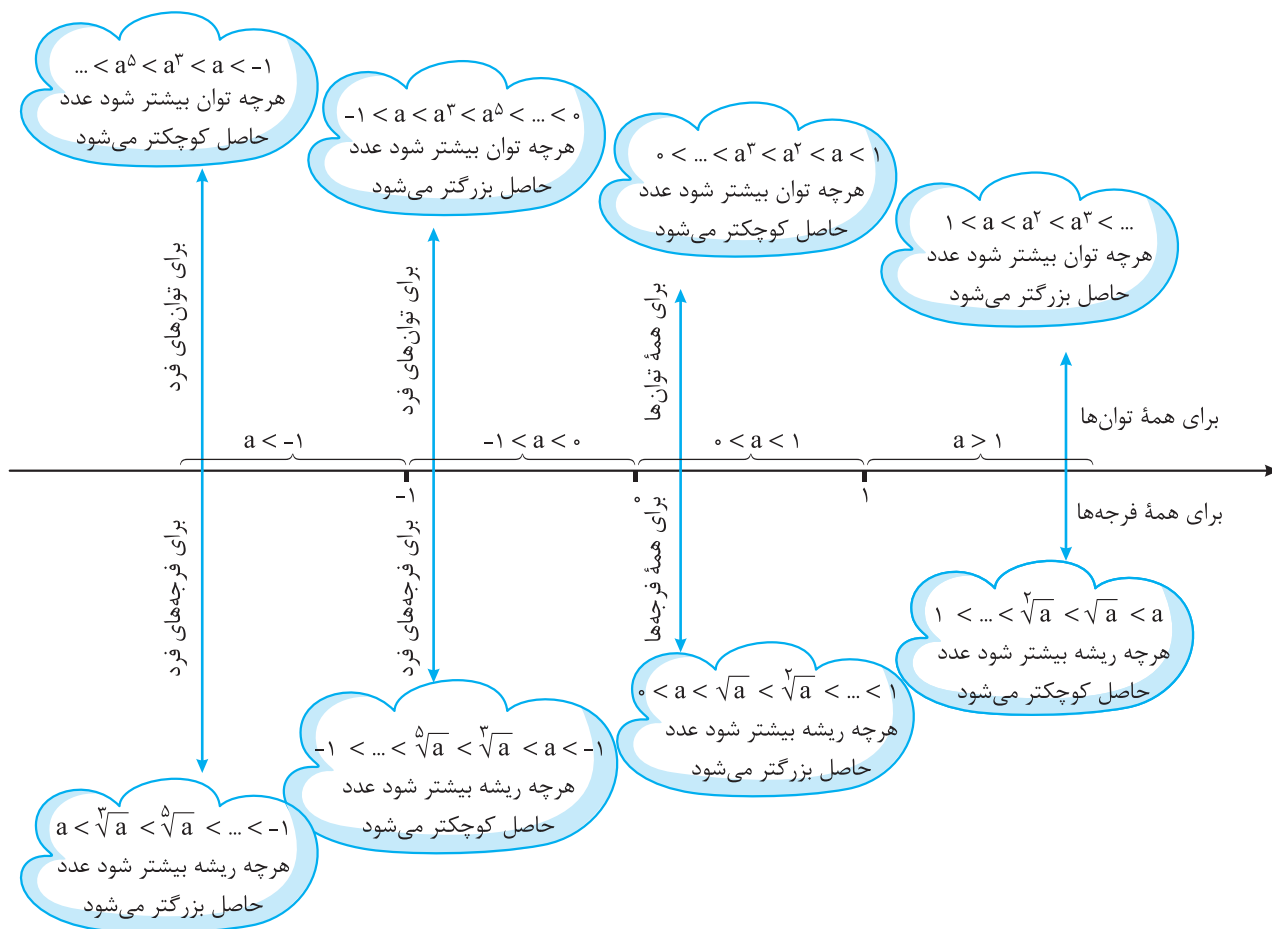
ریشه n ام عدد a در دو حالت $a \geq 0$ و $a < 0$:

علامت a	ریشه n ام (فرد)	ریشه n ام (زوج)
$a \geq 0$	$\sqrt[n]{a}$	$\pm\sqrt[n]{a}$
$a < 0$	$\sqrt[n]{a}$	ندارد

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{فرد } n \\ |a| & \text{زوج } n \end{cases}$$

حاصل $\sqrt[n]{a^n}$

مقایسه بین توان و رادیکال اعداد مختلف



قواعد رادیکال ها:

مثال	توضیح	قواعد رادیکال ها	
$5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$	باید «عبارت زیر رادیکال ها» و «فرجه هایشان» برابر باشد.	جمع و تفریق رادیکال ها	۱
$\sqrt[4]{2} \times \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{6}$	باید «فرجه ها» برابر باشد.	ضرب و تقسیم رادیکال ها	۲
$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2 \times 3^3} = 3\sqrt[3]{2}$	$\sqrt[n]{a^m b} = \begin{cases} a^{\frac{m}{n}} \sqrt[n]{b} & \text{فرد } n \\ a ^{\frac{m}{n}} \sqrt[n]{b} & \text{زوج } n, b > 0 \end{cases}$	بیرون آوردن عدد از رادیکال	۳
$\sqrt[4]{3^2} = \sqrt[2]{3^2} = \sqrt{3} = \frac{5}{2^8}$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \times n]{a}$	رادیکال های تودرتو	۴
$\sqrt[18]{5^{12}} = \sqrt[3 \times 6]{5^{12}} = \sqrt[3]{5^2}$	$nk \sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{a^m}$ (اگر k زوج بود، a قدرمطلق می گیرد.)	ساده کردن توان و فرجه	۵

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \xrightarrow{\text{توان} \rightarrow \text{فرجه}} \sqrt[4]{3^7} = 3^{\frac{7}{4}}$$

توان گویا: اگر $a > 0$ باشد، آن گاه: