سرشناسه: اریسی، محمد رضا، ۱۳۵۲ -
عنوان و نام پدیدآور: ریاضی دهم کامل طلایی
مشخصات نشر: تهران: کامل طلایی، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری: ۴۴۰ ص. ۱ ۲۲ × ۲۹س‌م.
شابک: ۸۸۰۰۰ ریال :۹-۲-۹۷۶۲۷-۶۰۰-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی: فیپای مختصر
شناسه افزوده: ابراهیمی، محمد هادی،۱۳۵۲ -
شماره کتابشناسی ملی: ۴۸۱۲۱۶۸

کامل طلایی

ریاضی دهم

نشر الگو

ناشر: کامل طلایی
مولفان: محمدرضا اریسی - محمد هادی ابراهیمی
ویراستار علمی: ایرج سعیدی
مدیر تولید: فتوحی
نوبت چاپ: سوم ۱۳۹۸
شمارگان: ۲۵۰۰ نسخه
قیمت: ۸۸۰۰۰ تومان

آدرس: خیابان انقلاب - خیابان ۱۲ فروردین - بعد از خیابان جمهوری - خیابان کمالزاده غربی - پلاک ۴۹
تلفن: ۶۶۴۵۶۶۴۲-۰۲۱

مقدمه

به لطف خداوند مهربان توفیق نگارش این مجموعه را داشتیم. در همه‌ی مراحل تألیف کتاب، سادگی و کامل بودن مطالب همواره مدنظر بوده است و سعی شده است تا حد امکان مطالب بیان شده با محتوای کتاب درسی هماهنگی داشته باشد و توضیحات و مثال‌های مطرح شده به گونه‌ای باشند که در نهایت دانش‌آموز را قادر به حل تمرینات و پاسخگویی به مسائل کتاب درسی کند و نیز کسانی که به مفاهیم و مطالب پیشرفته‌تر و تکمیلی علاقه‌مند هستند بتوانند به سوالات ویژه و تست‌های مفهومی و نکته‌دار پاسخ دهند. البته روشن است که تسلط کامل به مطالب و مفاهیم پیشرفته و عمیق نیازمند تمرین و مطالعه‌ی گسترده، عمیق و همچنین استفاده از چند منبع مختلف است.

ریاضی دهم نیز در مسیر تغییر و تحولی که در کتاب‌های درسی داده شده استبه عنوان یک کتاب پایه برای دوره دوم دبیرستان دارای تغییرات و رویکردهای جدیدی است که هدف اصلی آن ایجاد دانشی کاربردی و مفهومی است که تا حد امکان به خلاقیت و تفکر تکیه داشته باشد، ما نیز با توجه به همین هدف کلی سعی داشته‌ایم تا در این مسیر حرکت کنیم.

محمدرضا اریسی - محمدهادی ابراهیمی

جهت هر گونه پیشنهاد، انتقاد و ارتباط با مؤلفین از طریق این ایمیل با ما در تماس باشید. Email: kamel.talaee@yahoo.com

مقــدمــه کاربردی

آموزش:

در این بخش آموزش کامل همه‌ی مفاهیم و مطالب کتاب درسی با زبانی ساده و ارائه مثال‌های گویا و متنوع آورده شده است به گونه‌ای که با مطالعه دقیق این بخش دانش‌آموز قادر خواهد بود به سوالات و مسائل کتاب درسی پاسخ دهد.

مثال‌های آموزشی:

بسیاری از نکات مهم و کاربردی موضوعات درسی در این بخش در قالب مثال مطرح شده‌اند و به جای اشاره مستقیم به نکته‌ها و توضیحات تئوری مفاهیم مهم و نکته‌دار در این مثال‌های هدف‌دار گنجانده شده‌اند که با یادگیری آن‌ها به هدف اصلی و فرعی کتاب درسی تسلط بیشتری پیدا خواهد شد.

تمرین‌های پایان درس:

در انتهای هر درس برای تثبیت یادگیری و تمرین و تکرار بیشتر تعدادی تمرین در ارتباط با موضوع تدریس شده در آن بخش در اختیار قرار داده شده است که با حل آن‌ها دانش‌آموز به نقاط ضعف و قوّت خود پی برده و به آمادگی مطلوب خواهد رسید.

تمرین‌های مروری فصل:

برای ایجاد فضایی برای تمرین بیشتر و دوره‌ی کلیه مطالب آموخته شده در هر فصل مجموعه‌ای از تمرینات که شامل همه‌ی نکات و مطالب مهم فصل است در پایان هر فصل در نظر گرفته شده است.

آزمون‌های پایان فصل:

در انتهای هر فصل جهت جمع‌بندی و ایجاد آمادگی برای آزمون‌های ماهانه ۲ نمونه سوال به صورت آزمون ۲۰ نمره‌ای آورده شده است که آزمون اول به صورت پاسخ‌دار و آزمون دوم بدون پاسخ است که استفاده و انجام آن‌ها آموزش و تمرین‌های فصل را کامل کرده و دانش‌آموز را با نحوه‌ی امتحانات نیز آشنا می‌کند.

آموزش تکمیلی:

مطالب تدریس شده در این بخش د راستای مطالب کتاب درسی ولی در سطحی بالاتر و پیشرفته است که هدف آن ایجاد آمادگی برای پاسخگویی به سوالات دشوارتر و پیچیده‌تر است ضمن این که در این بخش نکات کنکوری و تستی مورد نیاز دانش‌آموزان نیز گنجانده شده است.

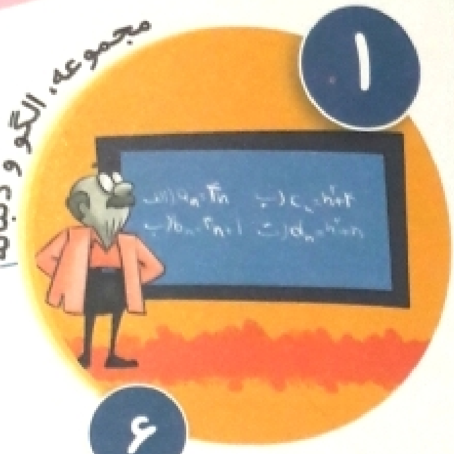
مثال‌های آموزش تکمیلی:

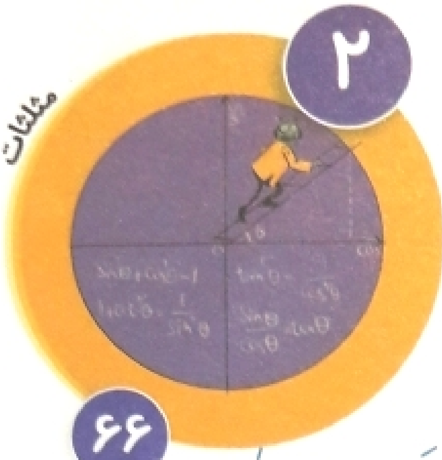
سوالات ترکیبی و نکته‌دار و دارای آموزش فنی در این بخش جمع‌آوری شده تا نمونه سوالات مشابه و حتی سوالات کنکور تا حد زیادی قابل درک و حل باشند.

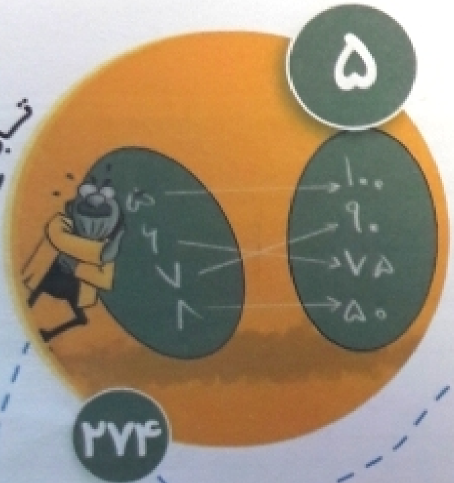
پرسش‌های چهارگزینه‌ای با پاسخ تشریحی:

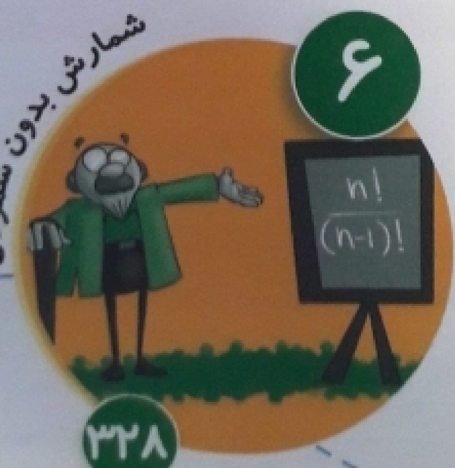
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ارائه‌شده اکثراً از سوالات آزمون‌های آزمایشی و یا کنکورهای سال پیشین هستند که با پرهیز از تکرار و داشتن پاسخ‌های کاملاً تشریحی در این زمینه آمادگی بسیار خوبی را برای دانش‌آموزان ایجاد می‌کند.

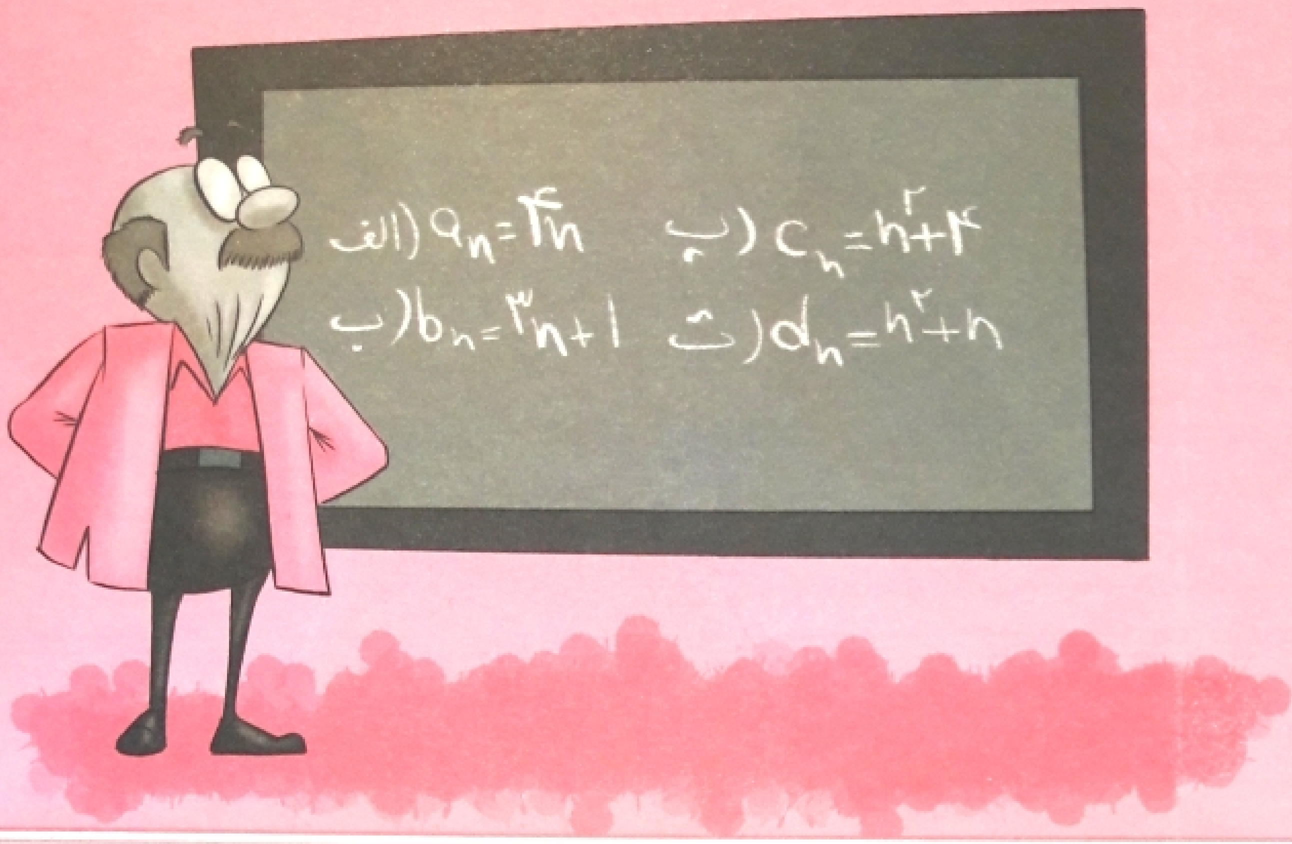
فهرست











فصل اول : مجموعه، الگو و دنباله

درس اول: مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

آموزش

مقدمه

بهتر است جهت یادآوری ابتدا مروری به آن‌چه در سال قبل در مورد مجموعه‌ها آموختیم داشته باشیم.

مفهوم مجموعه

دسته یا گروهی از افراد، اشیاء، اعداد و ... که کاملاً مشخص و متمایز باشند را مجموعه می‌گویند.

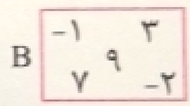
به طور خلاصه در مبحث مجموعه‌ها با مطالب زیر آشنا شده‌اید.

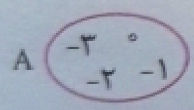
۱ هر مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی نام‌گذاری می‌کنند.

۲ اعضای مجموعه را می‌توان درون دو آکولاد نمایش داد و اعضای آن‌ها را با قرار دادن «،» یا «و» از هم جدا کرد.

مثال: $A=\{-۳,-۲,-۱,۰\}$

۳ اعضای یک مجموعه را می‌توان در شکل‌های بسته مانند دایره، مربع و ... نمایش داد. (نمودار وِن)





۴ مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد را مجموعه «تهی» می‌نامند و با علامت $\varnothing$ یا $\{\ \}$ نشان می‌دهند.

اعداد زوج بین ۲ و ۴ $=\{\ \}$ یا $\varnothing$

۵ ترتیب در قرار گرفتن اعضای یک مجموعه مهم نیست. یعنی جابه‌جایی اعضای مجموعه باعث تولید یک مجموعه جدید نمی‌شود.

$\{۳,۷,۹\}=\{۷,۹,۳\}$

۶ هر مجموعه n عضوی به تعداد ۲^n زیرمجموعه دارد.

$A=\{a,b,c\}\rightarrow$ تعداد زیرمجموعه‌های A $=۲^۳=۲\times۲\times۲=۸$ زیرمجموعه

۷ تکرار در اعضای یک مجموعه مجاز نیست و تنها یکی از آن‌ها شمارش می‌شود.

$\{۵,۵,۳,۵,\sqrt{۲۵}\}=\{۳,۵\}$

۸ تعداد اعضای هر مجموعه مانند A را با $n(A)$ نمایش داده و به آن «عدد اصلی» مجموعه می‌گویند.

$A=\{a,b,m,f,t\}\rightarrow n(A)=۵$

۹ اگر هر عضو از مجموعه B در مجموعه A وجود داشته باشد، B را زیرمجموعه A می‌نامند.

$B\subseteq A$

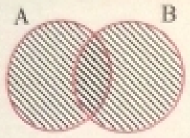
$B \subseteq B \quad , \quad A \subseteq A$

۱۰ هر مجموعه زیر مجموعه خودش می‌باشد.

$\varnothing \subseteq B \quad , \quad \varnothing \subseteq A$

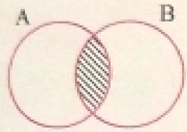
۱۱ مجموعه تهی زیر مجموعه‌ی تمام مجموعه‌هاست.

۱۲ اجتماع دو مجموعه A و B مجموعه‌ای است که اعضای آن حداقل عضو یکی از مجموعه‌های A و یا B هستند.



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

۱۳ اشتراک دو مجموعه A و B مجموعه‌ای است که اعضای آن هم عضو مجموعه‌ی A باشند و هم‌عضو مجموعه‌ی B.



$$A \cap B = \{x \mid x \in A \ , \ x \in B\}$$

۱۴ اشتراک و اجتماع مجموعه‌ها خاصیت جابه‌جایی (تعویض‌پذیری) دارند.

$A \cup B = B \cup A$ $\quad\quad$ $\boxed{A \cap B = B \cap A}$

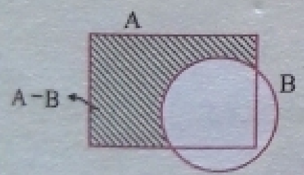
۱۵ اجتماع هر مجموعه با $\varnothing$ برابر با خود مجموعه و اشتراک هر مجموعه با تهی برابر با مجموعه‌ی تهی است.

$\boxed{A \cup \varnothing = A}$ $\quad\quad$ $\boxed{A \cap \varnothing = \varnothing}$

۱۶ اجتماع و اشتراک هر مجموعه با خودش برابر با خودش خواهد بود.

$\boxed{A \cup A = A}$ $\quad\quad$ $\boxed{A \cap A = A}$

۱۷ منظور از مجموعه‌ی $A-B$، مجموعه‌ای است که اعضای آن عضو A هستند ولی عضو B نیستند.



مثال: اگر $A = \{x \in \mathbb{Z}, -۲ < x \le ۳\}$ و $B = \{x \in W, x \le ۴\}$ باشند، مجموعه‌های $A-B$ و $B-A$ را مشخص کنید.

پاسخ

$$A = \{-۱, ۰, ۱, ۲, ۳\} \ , \ B = \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴\} \Rightarrow \begin{matrix} A-B = \{-۱\} \\ B-A = \{۴\} \end{matrix}$$

۱۸ تفاضل مجموعه‌ها خاصیت جابه‌جایی ندارند.

۱۹ دو مجموعه را در صورتی مساوی می‌دانیم که هر عضوی از اولی در دومی باشد و برعکس. به عبارت دیگر هر یک زیرمجموعه دیگری باشند.

$$\boxed{A \subseteq B \ , \ B \subseteq A \Leftrightarrow A = B}$$

۲۵ اگر یک مجموعه زیرمجموعه‌ی دیگری باشد اشتراک آن‌ها، مجموعه‌ی کوچک‌تر و اجتماع آن‌ها مجموعه‌ی بزرگ‌تر خواهد بود.

$\mathbb{Z} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Z}$, $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$

$\mathbb{Q} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Q}$, $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$

۲۱ دسته یا گروهی که اعضای آن‌ها از نظر افراد مختلف یکسان نباشد و سلیقه افراد روی آن مؤثر باشد را مجموعه به شمار نمی‌آورند. مانند مثال‌های زیر:

الف) رنگ‌های زیبا   ب) غذاهای خوشمزه

ج) سه عدد فرد متوالی   د) ۴ عدد بسیار بزرگ

آموزش

مجموعه‌های اعداد

در طی سال‌های گذشته با مجموعه‌های گوناگونی آشنا شدید که هر یک در جایگاه خود کاربرد داشتند، از آن جمله می‌توان به مجموعه‌های زیر اشاره کرد.

مجموعه اعداد طبیعی : $\mathbb{N} = \{۱,۲,۳,۴,...\}$

مجموعه اعداد حسابی : $W = \{۰,۱,۲,۳,...\}$

مجموعه‌ی اعداد صحیح : $\mathbb{Z} = \{...,-۲,-۱,۰,۱,۲,۳,...\}$

مجموعه اعداد گویا : $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} | a,b \in Z, b \neq ۰\right\} =$ هر عدد حقیقی که قابل نمایش به صورت یک کسر متعارفی است

مجموعه اعداد گنگ : $\mathbb{Q}' =$ اعداد حقیقی که قابل نمایش به صورت کسر متعارفی نیستند $= \mathbb{R} - Q$

مجموعه‌ی اعداد حقیقی : $\mathbb{R} =$ شامل همه‌ی اعداد گویا و گنگ $= \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

بازه‌ها

هر زیرمجموعه‌ای مانند A از مجموعه اعداد حقیقی که شامل همه‌ی اعداد حقیقی بین دو عدد مشخص می‌باشد را «بازه» می‌نامند. عضوهای یک بازه را می‌توان روی محور اعداد حقیقی به صورت‌های مختلفی نمایش داد.

۱) با فرض این‌که $a < b$، مجموعه‌ی اعداد حقیقی بین a و b را به صورت زیر نمایش می‌دهیم و آن را «بازه‌ی باز» از a تا b می‌نامیم.

$(a,b) = \{x | x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$

۲) با فرض این‌که $a < b$، مجموعه‌ی اعداد حقیقی از عدد a تا عدد b که a و b نیز جزء مجموعه هستند را به صورت زیر نمایش می‌دهیم و آن را «بازه‌ی بسته» از a تا b می‌نامیم.

$[a,b] = \{x | x \in \mathbb{R} , a \leq x \leq b\}$

۳) اگر یکی از نقاط a و b را که هر یک متناظر یا برابر با یک عدد حقیقی است را از بازه‌ی $[a,b]$ حذف کنیم به «بازه‌ی نیم‌باز» می‌رسیم:

$$[a,b)=\{x \mid x\in\mathbb{R}\ ,\ a\le x<b\}$$

$$[-۲,۳)=\{x \mid x\in\mathbb{R}\ ,\ -۲\le x<۳\}$$

مثال:

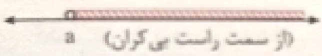
$$(a,b]=\{x \mid x\in\mathbb{R},a<x\le b\}$$

تذکر نماد $+\infty$ را مثبت بی‌نهایت و نماد $-\infty$ را منفی بی‌نهایت می‌خوانیم.

۴) مجموعه‌هایی نیز وجود دارند که از سمت راست، چپ و یا از دو طرف بی‌کران هستند یعنی از آن طرف نام برده شده (راست یا چپ) عضوها تا بی‌نهایت ادامه دارند و پایانی برای آن‌ها نیست.

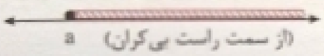
مجموعه‌ی اعداد حقیقی بزرگ‌تر از a:

$(a,+\infty)$



مجموعه‌ی اعداد حقیقی بزرگ‌تر مساوی a:

$[a,+\infty)$



مجموعه‌ی اعداد حقیقی کوچک‌تر از a (مجموعه از سمت چپ بی‌کران):

$$(-\infty,a)=\{x \mid x\in\mathbb{R},x<a\}$$

مجموعه‌ی اعداد حقیقی کوچک‌تر مساوی a (مجموعه‌ی از سمت چپ بی‌کران):

$$(-\infty,a]=\{x \mid x\in\mathbb{R},x\le a\}$$

نکته مجموعه $\mathbb{R}$ را می‌توان به صورت بازه‌ی باز $(-\infty,+\infty)$ نمایش داد.

$$\mathbb{R}=(-\infty,+\infty)$$

همان‌طور که مشاهده گردید هر بازه در واقع یک مجموعه است بنابراین عبارت‌هایی مانند موارد زیر را در مورد بازه‌ها می‌توان نوشت:

$$\varnothing\subseteq[-۲,۳)\quad,\quad(-۱,۵]\subseteq(-۳,۸)\quad,\quad(-۴۵۲,\frac{۳}{۵}]\not\subset\mathbb{Z}$$

$$-۰/۲۵\in(-\infty,۱)\quad,\quad\frac{۲}{۳}\notin[-۵,۰]\quad,\quad\sqrt{۱۷}\in(-۴,۵]$$

اجتماع، اشتراک و تفاضل بازه‌ها

بازه‌ها نیز به عنوان مجموعه با هم قابل اجتماع هستند و یا اشتراک و تفاضل آن‌ها را می‌توان به دست آورد.

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک بازه نمایش دهید.

الف) $[-۴,۳)\cup(-۱,۵]=$

ب) $(-\infty,۴]\cup(-۲,۶)=$

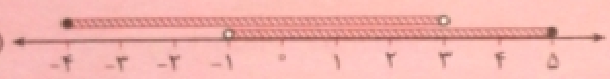
پ) $[-۲,+\infty)\cap(-۳,۷)=$

ت) $(-\infty,-۱)-[-۳,۳)=$

پاسخ

برای رسیدن به پاسخ عبارت‌های فوق می‌توان از رسم (نمایش) محوری کمک گرفت.

$$[-۴,۳)\cup(-۱,۵]=[-۴,۵]$$

(الف 

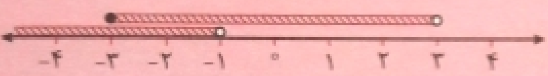
$$(-\infty,۴]\cup(-۲,۶)=(-\infty,۶)$$

(ب 

$$[-۲,+\infty)\cap(-۳,۷)=[-۲,۷)$$

(پ 

$$(-\infty,-۱)-[-۳,۳]=(-\infty,-۳)$$

(ت 

تذکر هرگز در کنار نماد $+\infty$ یا $-\infty$ از کروشه که نشان‌دهنده‌ی بسته بودن است استفاده نمی‌شود.

مجموعه‌ی متناهی (با پایان)

هر مجموعه که اعضای آن قابل شمارش باشد را یک مجموعه متناهی می‌گویند. به عبارت دیگر مجموعه A را متناهی می‌گویند هرگاه:

$$n(A)\in W$$

مثال: مجموعه‌ی اعداد طبیعی کمتر از ۲۰۰، مجموعه اعداد اول یک رقمی، مجموعه اعداد صحیح بین ۶۰۰- و ۲۵۰۰+.

مجموعه‌ی نامتناهی (بی‌پایان)

هر مجموعه که اعضای آن قابل شمارش نبوده و به عبارتی متناهی نباشد را مجموعه‌ی نامتناهی می‌گویند.

مثال: مجموعه اعداد طبیعی، مجموعه اعداد صحیح، مجموعه اعداد گویا و ...

مثال‌های آموزش

۱ **مجموعه‌های زیر را با اعضا نمایش دهید.**

(الف $\mathbb{Z}-\mathbf{W}=$ (ب $\mathbf{W}-\mathbb{N}=$

(پ $\mathbb{Q}-\mathbb{R}=$ (ت $\mathbb{N}\cup\mathbf{W}=$

پاسخ

(الف $\mathbb{Z}-W=\{...,-۳,-۲,-۱\}$ (ب $W-\mathbb{N}=\{۰\}$

(پ $\mathbb{Q}-\mathbb{R}=\varnothing$ یا $\{\ \}$ (ت $\mathbb{N}\cup W=\{۰,۱,۲,۳,...\}=W$