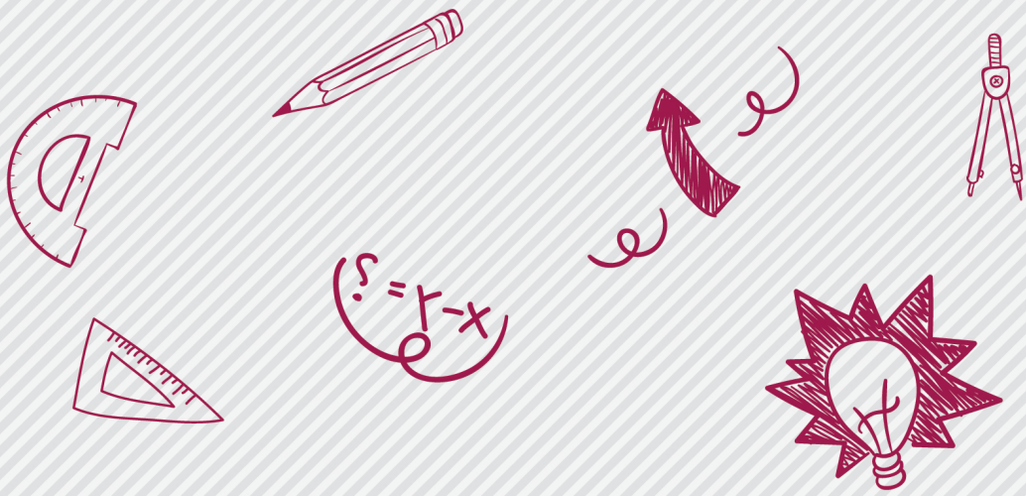
کار آموزشی

ریاضی هشتم ۸

مؤلفان: محمدرضا اریسی، محمدهادی ابراهیمی



- آموزش کامل کتاب درسی
- مثال‌های آموزشی با پاسخ تشریحی
- حل مسئله درس به درس
- آزمون‌های مستمر درس به درس
- آزمون‌های پایان فصل
- پرسش‌های امتحانی صحیح– غلط، کامل کردنی، وصل کردنی، چهار گزینه‌ای، تشریحی
- آزمون‌های میان نوبت اول و دوم
- آزمون‌های نوبت اول و دوم

سرشناسه: اریسی،محمدرضا، ۱۳۵۲
عنوان و نام پدیدآور: کار آموزشی ریاضی هشتم
مشخصات نشر: تهران: انتشارات کامل طلایی، ۱۳۹۶
مشخصات ظاهری: ۲۶۴ص؛ ۲۲×۲۹ س م.
شابک: ۹-۳۰-۵۱۶۶-۶۰۰-۹۷۸
وضعیت فهرست‌نویسی: فیپای مختصر
یادداشت: فهرستنویسی کامل این اثر در نشانی http://opac.nlai.ir قابل دسترسی است.
شناسه افزوده: ابراهیمی، محمدهادی، ۱۳۵۲ -
شماره کتابشناسی: ۴۶۰۸۴۳۶

کار آموزشی ریاضی هشتم

ناشر: انتشارات آخر ـ انتشارات کامل طلایی (شماره پروانه نشر ۱۴۲۵۹)
مولفان: محمد هادی ابراهیمی - محمدرضا اریسی
مدیر تولید: فتوحی
نوبت چاپ: چهارم ۱۳۹۹
شمارگان: ۲۵۰۰ نسخه
قیمت: ۶۸۰۰۰ تومان

کلیه حقوق این اثر متعلق به انتشارات کامل طلایی به شماره پروانه نشر ۱۴۲۵۹ است و هرگونه نسخه‌برداری و برداشت به هر صورت و شیوه به موجب بند ۵ از ماده‌ی ۲ قانون حمایت از ناشران قابل پیگرد است.

آدرس: خیابان انقلاب - خیابان ۱۲ فروردین - بعد از خیابان جمهوری - خیابان کمالزاده غربی - پلاک ۴۹
تلفن: ۶۶۴۵۶۶۴۲-۰۲۱

مقدمه

دنیای فردای ما شبیه چیزی می‌شود که امروز برایش تلاش می‌کنیم نه شبیه چیزی که فقط آرزویش می‌کنیم.

بار دیگر توفیق و افتخار نصیب ما شد که این مجموعه را تقدیم دانش‌آموزان و همکاران ارجمندمان نماییم تا مسیر رسیدن به اهداف بلند علمی آموزشی پیش رو را کمی ساده‌تر و کوتاه‌تر کنیم.

دیگر بر کسی پوشیده نیست که تغییرات کتاب‌های درسی و نظام آموزشی به سمتی رفته است که تا حد ممکن دانش‌آموز را به تفکر، خلاقیت و حل مسأله وادارد و از پرداختن به محفوظات و مطالب سطحی دور کند.

امروزه استانداردهای جهانی آموزشی، دانش‌آموزی را موفق می‌داند که به کمک دانش خود قادر به حل مسأله یا پدید آوردن اثری نو باشد با توجه به همین نگاه و رویکرد در این کتاب سعی شده است با ارائه مطالب و طرح مسائلی مناسب در همین مسیر حرکت شود، همچنین با شرح کامل مطالب درسی و ارائه مثال‌های کاربردی و کلیدی نکات آموزشی کتاب درسی نیز پوشش داده شده‌اند.

با توجه به این که در پایان سال ششم ابتدایی آزمون‌های مهم و سرنوشت‌ساز تیزهوشان و مدارس نمونه دولتی و مدارس خاص انجام می‌گیرد در همین راستا آموزش‌های کاملی به همراه تعداد زیادی از سؤالات تیزهوشان استان‌ها و نمونه دولتی و ... نیز با پاسخ تشریحی گنجانده شده است که راه‌گشای بسیار خوبی برای رسیدن به این اهداف خواهند بود. امیدواریم با مطالعه دقیق و مستمر و حل مسائل و تست‌های ارائه شده در رسیدن به اهداف عالی خود پیروز و کامروا باشید.

محمدرضا اریسی ـ محمدهادی ابراهیمی

جهت هرگونه پیشنهاد، انتقاد و ارتباط با مؤلفین از طریق این ایمیل با ما در تماس باشید. Email: kamel.talaee@yahoo.com

مقدمه کاربردی

۱ـ آموزش:

در این قسمت مطالب و موضوعات کتاب درسی به طور کامل با مثال‌های ساده و قابل فهم برای کلیه دانش‌آموزان ارائه شده است.

۲ـ مثال‌های آموزشی:

در این قسمت مثال‌هایی به همراه پاسخ تشریحی آن‌ها جهت تسلط دانش‌آموزان بر جزئیات و درک بهتر مفاهیم، همچنین نحوه‌ی تبدیل آموخته‌ها به پاسخ سؤالات و نظم نوشتن پاسخ سؤالات ارائه شده است.

۳ـ حل مسأله:

با توجه به تأکید مؤلفین کتب درسی در نظام جدید در هر درس مسائلی مربوط به موضوع درس طرح شده است که تعدادی از آن‌ها حل شده و بقیه به دلیل تثبیت یادگیری و تسلط بر روش حل، بر عهده‌ی دانش‌آموزان گذاشته شده است.

۴ـ آزمون‌های مستمر:

در پایان هر درس آزمون مستمر به جهت مرور و دوره‌ی آموخته‌ها، همچنین ارزیابی از میزان یادگیری درس طراحی شده است.

۵ـ پرسش‌های امتحانی:

پرسش‌های این قسمت به عنوان تمرین و تکلیف، لازمه‌ی مرور فصل و تثبیت مطالب آموخته شده در یک فصل می‌باشد. همچنین دانش‌آموز با قالب‌های طراحی سؤال در امتحانات آشنا می‌شود.

۶ـ آزمون پایان فصل:

در پایان هر فصل، آزمون پایان فصل به جهت ارزیابی دانش‌آموز از میزان یادگیری و همچنین مرور مجدد مطالب آموخته شده طراحی شده است.

۷ـ آزمون‌های میان نوبت و نوبت اول و دوم:

به جهت یادآوری مطالب آموخته شده در گذشته و همچنین آمادگی جهت ورود به آزمون نوبت آزمون‌های میان‌نوبت طراحی شده است. همچنین نمونه آزمون‌های نوبت اول و دوم به عنوان تمرین و پیش‌آزمون جهت کسب نتایج عالی در امتحانات طراحی شده است.

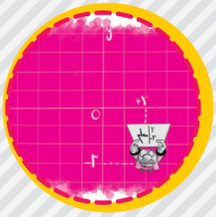
فهرست

فصل اول: عددهای صحیح و گویا ۶

فصل دوم: عددهای اول ۳۶

فصل سوم: چندضلعی‌ها ۵۲

فصل چهارم: جبر و معادله ۸۸


فصل پنجم: بردار و مختصات ۱۱۶

فصل ششم: مثلث ۱۴۴

فصل هفتم: توان و جذر ۱۷۲

فصل هشتم: آمار و احتمال ۱۹۸

فصل نهم: دایره ۲۳۰

فصل اول

عددهای صحیح و گویا

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

درس دوم: معرفی عددهای گویا

درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا

درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای گویا

آزمون پایانی فصل اول

آموزش تکمیلی

پرسش های تکمیلی + پاسخ تشریحی

تمرین های تکمیلی

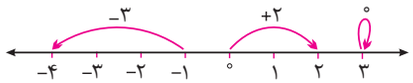
پرسش های چهار گزینه ای + پاسخ تشریحی

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

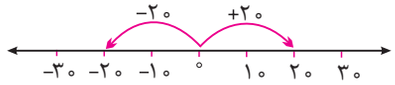
آموزش

عدد حرکت روی محور: برای مشخص کردن عدد صحیح مربوط به هر حرکت روی محور، ابتدا با توجه به جهت حرکت علامت آن را مشخص می کنیم (حرکت به سمت راست علامت مثبت و حرکت به سمت چپ علامت منفی). سپس با شمارش واحدهای محور، عدد مربوط به حرکت را مشخص می کنیم.

مثال: عدد مربوط به هر حرکت را بنویسید.



قرینه ی عدد صحیح: اگر به اندازه ی فاصله ی صفر تا هر عدد روی محور در جهت خلاف آن حرکت کنیم قرینه ی عدد مورد نظر به دست خواهد آمد.



$+۲۰ =$ قرینه ی (-۲۰) $\qquad -۲۰ =$ قرینه ی $(+۲۰)$

تذکر: ۱) قرینه را با علامت (-) نمایش می دهند.

۲) قرینه ی هر عدد صحیح را می توان با تغییر علامت آن به دست آورد.

مثال: $-(+۸) = -۸ \qquad -(-۱۵) = +۱۵ = ۱۵$

$$\boxed{\begin{matrix} -(+a) = -a \\ -(-a) = +a \end{matrix}}$$

تذکر: ۳) قرینه ی عدد صفر خودش می باشد.

۴) قرینه ی قرینه ی هر عدد مساوی خودش می باشد.

مثال: $-(-(-۳)) = -۳ \qquad -(-(+۷)) = +۷$

جمع و تفریق عددهای صحیح: برای محاسبه ی حاصل جمع یا تفریق عددهای صحیح ابتدا مختصر نویسی (ساده نویسی ـ تعیین علامت) می کنیم. به این صورت که پرانتزها را حذف کرده. سپس اگر عددی بیش تر از یک علامت داشت علامت های آن را در هم ضرب می کنیم تا به یک علامت تبدیل شود. آنگاه به یکی از دو حالت زیر برخورد می کنیم.

۱) عددها هم علامت باشند: در این حالت یکی از علامت ها را نوشته سپس عددها را با هم جمع می کنیم.

مثال: $(+۸) - (-۶) = +۸ + ۶ = +۱۴ \qquad -(+۳) + (-۷) = -۳ - ۷ = -۱۰$

۲) عددها هم علامت نباشند: در این حالت عددی که ظاهرش بدون در نظر گرفتن علامت بزرگ‌تر است علامتش را نوشته سپس عددها را از هم کم می کنیم.

مثال: $۱۲ - (+۱۳) = +۱۲ - ۱۳ = -۱ \qquad (-۶) + (+۱۰) = -۶ + ۱۰ = +۴$

یادآوری در ضرب علامت ها اگر علامت ها هم شکل باشند حاصل مثبت و اگر هم شکل نباشند حاصل منفی می شود.

×	+	−
+	+	−
−	−	+

تذکر: اگر تعداد عددها بیش تر از دوتا بود می توان عددهای مثبت را با هم و منفی را با هم جمع کرده و سپس حاصل نهایی را به دست آورد.

مثال: $-۴ + (+۶) - (+۳) + ۷ = -۴ + ۶ - ۳ + ۷ = +۶$

تذکر: برای محاسبه ی حاصل جمع و تفریق عددهای صحیح می توان از روش تفکیکی یا ارزش مکانی استفاده کرد.

مثال: $-۲۹ + ۱۷ - ۱۱ =$

$$\begin{array}{r} -۲۰ - ۹ \\ +۱۰ + ۷ \\ -۱۰ - ۱ \\ \hline -۲۰ - ۳ = -۲۳ \end{array}$$

ضرب و تقسیم عددهای صحیح: برای به دست آوردن حاصل ضرب یا تقسیم دو عدد صحیح، ابتدا علامت‌ها را در هم ضرب یا بر هم تقسیم می‌کنیم.

مثال:

$(-۳)\times(+۸)=-۲۴$

$(-۴۲)\div(-۶)=+۷$

محاسبات ترکیبی:

۱) اگر عددها دسته‌بندی شده باشند طبق دسته‌بندی‌ها عمل می‌کنیم و اگر دسته‌بندی‌ها داخل هم باشند از کوچک‌ترین (داخلی‌ترین) دسته‌بندی شروع می‌کنیم.

مثال:

$$[\underbrace{(-۹)-(+۱۱)}_{-۹-۱۱=-۲۰}]\div[\underbrace{(-۴)\times(-۱)}_{+۴}]=(-۲۰)\div(+۴)=-۵$$

$$\underbrace{۱۴+(\underbrace{۹-(\underbrace{۳+(\underbrace{۲\times(\underbrace{۱۰-۴}_{})}_{۲\times۶})}_{۳+۱۲})}_{۹-۱۵})}_{۱۴-۶}=۸$$

$$۸$$

۲) اگر عددها دسته‌بندی نشده باشند طبق اولویت علامت‌ها عمل می‌کنیم. ابتدا ضرب و تقسیم سپس جمع و تفریق را انجام می‌دهیم.

تذکر: اگر علامت‌های هم اولویت مثلا ضرب و تقسیم پشت سر هم قرار گیرند محاسبه را از چپ به راست انجام می‌دهیم.

مثال:

$$\underbrace{۲۰\div۴}_{۵}+۸\underbrace{-۴\times۳}_{-۱۲}-۲=۵+۸-۱۲-۲=۱۳-۱۴=-۱$$

$$\underbrace{\underbrace{۳\times۴}_{۱۲}\div۲}_{۶}+۳\underbrace{\underbrace{-۶\div۲}_{-۳}\times۴}_{-۱۲}+۱=۶+۳-۱۲+۱=۱۰-۱۲=-۲$$

محاسبه‌ی حاصل سری عددهای صحیح: برای به دست آوردن حاصل سری‌ها با توجه به عددهای موجود روش‌های مختلفی وجود دارد که با تمرین زیاد مهارت لازم به دست خواهد آمد. البته برخی از تمرین‌ها را به کمک خلاقیت و الگویابی هم می‌توان پاسخ داد.

مثال:

$$۱+۲+۳+۴+...+۴۹+۵۰=$$

(۵۱ ، ۵۱)

در این سری اگر هر عدد از ابتدا را با هر عدد از انتها جمع کنیم حاصل ۵۱ می‌شود.

با توجه به وجود ۵۰ عدد و انتخاب دو تا دوتای آنها، بنابراین ۲۵ تا ۵۱ به دست می‌آید. $۲۵\times۵۱=۱۲۷۵$

مثال:

$$(۱۰-۱)(۱۰-۲)(۱۰-۳)...(۱۰-۲۰)=$$

در این عبارت ۲۰ پرانتز در هم ضرب شده‌اند و با توجه به پرانتزها در ادامه به $(۱۰-۱۰)$ خواهیم رسید که حاصل آن صفر می‌باشد و می‌دانیم که حاصل ضرب صفر در هر عددی مساوی صفر می‌باشد. بنابراین حاصل این عبارت مساوی صفر می‌شود.

مثال‌های آموزشی

۱ الف) عددهای صحیح بین ۲- و ۴ را بنویسید.

پاسخ: $-۱,۰,۱,۲,۳$

ب) عددهای صحیح بزرگ‌تر از ۱۷- را بنویسید.

پاسخ: $-۱۶,-۱۵,-۱۴,-۱۳,...$

۲ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. $۱۱+(-۷)-(۱۰-(-۳))=$

پاسخ: $۱۱-۷-(۱۰+۳)=۱۱-۷-۱۳=۱۱-۲۰=-۹$

۳ در جاهای خالی علامت + یا - قرار دهید تا حاصل عبارت بزرگ‌ترین عدد ممکن شود. $-۹\square ۴\square(-۳)\square(+۶)$

پاسخ: اگر علامت هر عدد مثبت شود در پایان حاصل جمع، بیش‌ترین مقدار خواهد شد. بنابراین علامت‌ها را طوری انتخاب می‌کنیم که علامت هر عدد مثبت شود.

$-۹\boxed{+}۴\boxed{-}(-۳)\boxed{+}(+۶)=-۹+۴+۳+۶=-۹+۱۳=۴$

۴ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(۳^۲+۴^۲)-۵^۲+۲^۲=$

پاسخ: $(۹+۱۶)-۲۵+۴=۲۵-۲۵+۴=۴$

ب) $-۶-(۳+(-۹-۲)-۷)=$

پاسخ: $-۶-(۳+(-۱۱)-۷)=-۶-(۳-۱۱-۷)=-۶-(-۱۵)=-۶+۱۵=۹$

۵ به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی ب) کوچک‌ترین عدد صحیح زوج دو رقمی پ) کوچک‌ترین عدد فرد طبیعی

پاسخ: الف) ۱- ب) ۹۸- پ) ۱

تمرین درس ۱

۱ برای هر حرکت روی محور، یک عدد بنویسید.

الف)

ب)

ج)

۲ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(-۲)+(-۳)=$

ب) $(+۱۰)-(-۷)=$

پ) $-۷-(+۱۱)=$

ت) $(-۲۰)\div(-۴)=$

ث) $-۹\times(+۷)=$

ج) $-۱۴\div۲=$

۳ حاصل عبارت‌ها را با توجه به ترتیب انجام عملیات به دست آورید.

الف) $-۴\times۲+۲=$

ب) $۱۰-۵\div۵=$

پ) $۸\times۴\div(-۲)=$

ت) $۱۲-۸\div۲\times۲-۷=$

ث) $-۹\times۶\div۳-۱۱+۴=$

ج) $-۷\div۷+۳\times۲-۵-۲=$

۴ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. (با روش دلخواه)

الف) $-۱۹+۲۲-۳۱=$

ب) $۴۱-(-۱۳)-۲۹+۱۶=$

پ) $(-۱۷)-(+۴)-۲۳=$

ت) $-(-۱۳)+(-۱۷)-(+۴۲)=$

ث) $۳۳-(+۷۷)-۱۱+۹۹=$

ج) $-(+۶)-۱۰+(+۱۵)+۲۴-۹=$

۵ در جاهای خالی علامت + یا - را طوری قرار دهید تا بیش‌ترین مقدار ممکن حاصل شود.

الف) $-۳ \square (-۸)$

ب) $۱۰ \square (+۲)$

پ) $(-۱۷) \square (-۵)$

ت) $-۶ \square (+۴) \square (-۷)$

ث) $۱۹ \square (-۳) \square (-۹)$

ج) $۱۰ \square ۱۳ \square (-۶) \square (-۷)$

۶ نوع عددهای زیر را در جدول زیر مشخص کنید.

عدد	$+۸$	۰	$\sqrt{۱۶}$	$-\frac{۷}{۵}$	$۳/۴$
طبیعی					
حسابی					
صحیح					

۷ حاصل عبارت‌ها را با توجه به ترتیب انجام عملیات به دست آورید.

الف) $۸-(-۳+(۲+۵))=$

ب) $(۱۱+۲-(۳-۷))=$

پ) $-۹-(۶-(-۲-۳))-۱=$

ت) $۳-(۴-(۵-۶)-۲)=$

ث) $-۵-(۳-(۱۰-۶)-۸)=$

ج) $(((۴-۹)-(۳+۷)-۲)-۱۱=$

۸ عددهای خواسته شده را بنویسید.

الف) کوچک‌ترین عدد صحیح زوج منفی یک رقمی

ب) کوچک‌ترین عدد فرد طبیعی

پ) بزرگ‌ترین عدد زوج صحیح دو رقمی

ت) کوچک‌ترین عدد فرد طبیعی سه رقمی

ث) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی سه رقمی

ج) بزرگ‌ترین عدد صحیح یک رقمی

۹ عددهای خواسته شده را بنویسید.

الف) عددهای طبیعی کوچک‌تر از ۸

ب) عددهای صحیح بزرگ‌تر از ۵-

پ) عددهای حسابی کوچک‌تر از ۳

ت) عددهای صحیح بین ۵ و ۴-

ث) عددهای طبیعی بین ۳- و ۳

ج) عددهای صحیح بین ۹- و ۴-

۱۰ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $-۳+۶-۹+۱۲-\ldots-۵۷+۶۰=$

ب) $۱۹+۲۰+۲۱+\ldots+۵۰+۵۱=$

پ) $(۱۳۹۸-۲۰۲۰)(۱۳۹۸-۲۰۱۹)\ldots(۱۳۹۸-۱)=$

فصل اول: عددهای صحیح و گویا	بسمه‌تعالی – آزمون مستمر ریاضی پایهٔ هشتم	تاریخ: / /
درس ۱: یادآوری عددهای صحیح	نام و نام خانوادگی: کلاس: ۸/	زمان: ۳۰ دقیقه

ردیف	نماز، پرچم اسلام است. مؤمن واقعی، کسی است که دل به آن دهد و مراقب حدود و آداب و وقت آن باشد. رسول اکرم (ص)	شمارک
۱	برای هر حرکت روی محور، یک عدد صحیح بنویسید. 	۱
۲	حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. $۱۱-۳\times۴\div۲-۸\div۲=$ $۱۷-(-۱۳)+(-۴۱)-۱۹=$ $۵-\left(۹+(-۳+۷)-۱\right)+۲=$	۱ ۱ ۱
۳	در جاهای خالی علامت + یا – را طوری قرار دهید تا کم‌ترین مقدار ممکن حاصل شود. $۵\ \square\ (-۳)\ \square\ ۸\ \square\ (-۶)\ \square\ (+۲)=$	۱
۴	عددهای خواسته شده را بنویسید. الف) کوچک‌ترین عدد صحیح فرد منفی دو رقمی پ) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی ب) بزرگ‌ترین عدد طبیعی یک رقمی ت) کوچک‌ترین عدد طبیعی زوج سه رقمی	۱
۵	عددهای خواسته شده را بنویسید. الف) عددهای صحیح بین ۵- و ۲ ب) عددهای طبیعی کوچک‌تر از ۱۰	۰/۵ ۰/۵
۶	حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. $(۲۰-۳۰)(۲۰-۲۹)(۲۰-۲۸)\ldots(۲۰-۱)=$ $۳۶+۳۷+۳۸+\ldots+۶۴=$ $۵-۱۰+۱۵-۲۰+۲۵-۳۰+\ldots+۹۵-۱۰۰=$	۱ ۱ ۱

درس دوم: معرفی عددهای گویا

آموزش

نمایش عددهای گویا روی محور: برای نمایش هر عدد گویا روی محور طبق مراحل زیر عمل می کنیم.

الف) واحدهای محور را به تعداد عدد مخرج کسر تقسیم می کنیم. (ریز واحد)

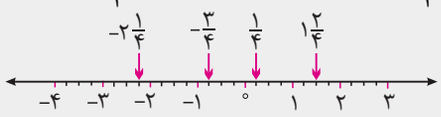
ب) با توجه به علامت عدد، جهت حرکت را مشخص می کنیم . (علامت + حرکت به سمت راست و علامت - حرکت به سمت چپ)

پ) به تعداد عدد صورت کسر از صفر، واحدهای تقسیم شده (ریز واحد) را شمارش می کنیم.

مثال: عددهای مقابل را روی محور نمایش دهید. $-\frac{۳}{۴}, \frac{۱}{۴}, ۱\frac{۲}{۴}, -۲\frac{۱}{۴}$

پاسخ

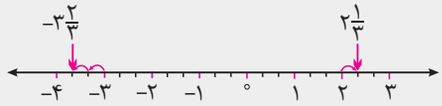
برای نمایش $-\frac{۳}{۴}$ باید ۳ تا $\frac{۱}{۴}$ از صفر به چپ برویم و برای نمایش $۱\frac{۲}{۴}$ باید یک واحد کامل و ۲ تا $\frac{۱}{۴}$ از صفر به راست برویم.



تذکر: در نمایش عددهای مخلوط می توان ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل کرده سپس جای آن را روی محور مشخص کرد. ولی بهتر است ابتدا روی عدد صحیح آن قرار گرفته سپس به اندازه ی کسر آن در جهت علامت آن حرکت کرد.

مثال: عددهای مقابل را روی محور نمایش دهید. $-۳\frac{۲}{۳}, ۲\frac{۱}{۳}$

پاسخ



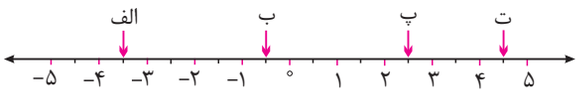
عدد مربوط به نقطه ی روی محور: برای مشخص کردن عدد مربوط به یک نقطه ی روی محور طبق مراحل زیر عمل می کنیم.

الف) با توجه به جای نقطه ی، علامت آن را مشخص می کنیم . سمت راست صفر علامت (+) و سمت چپ صفر علامت(-)

ب) تعداد تقسیم های هر واحد (ریز واحدها) را در مخرج کسر می نویسیم.

پ) تعداد ریز واحدها را از صفر شمارش کرده و عدد حاصل را در صورت می نویسیم.

مثال: عدد مربوط به هر نقطه ی روی محور زیر را بنویسید.



پاسخ

$ت = \frac{۹}{۲} \quad پ = \frac{۵}{۲} = ۵ \times (\frac{۱}{۲}) \quad ب = -\frac{۱}{۲} \quad الف = \frac{-۷}{۲} = -(۷ \times \frac{۱}{۲})$

تذکر: بهتر است عددهای بزرگ تر از واحد را به صورت عدد مخلوط بنویسیم. $ت = ۴\frac{۱}{۲} \quad پ = ۲\frac{۱}{۲} \quad الف = -۳\frac{۱}{۲}$

نکته: هر عددی که بتوان آن را به صورت یک کسر نوشت بطوری که صورت و مخرج آن عدد صحیح بوده و مخرج آن صفر نباشد را «عدد گویا» می نامند.

نتیجه : بنابراین عددهای طبیعی، حسابی، صحیح، کسری، اعشاری، مخلوط و رادیکالی که عدد زیر رادیکال آنها مجذور کامل باشد یک عدد گویا می باشند.

مثال:

همه ی عددهای طبیعی، گویا هستند. $۱۳=\frac{۱۳}{۱}=\frac{۲۶}{۲}=\frac{۳۹}{۳}=\ldots\rightarrow$

همه ی عددهای حسابی، گویا هستند. $۰=\frac{۰}{۱}=\frac{۰}{۴}=\frac{۰}{۲۸}=\ldots\rightarrow$

همه ی عددهای صحیح گویا هستند. $-۶=-\frac{۶}{۱}=-\frac{۱۲}{۲}=-\frac{۱۸}{۳}=\ldots\rightarrow$

همه ی عددهای کسری، گویا هستند. $\frac{۳}{۴},\frac{۱}{۷},\frac{۹}{۱۶},\ldots\rightarrow$

همه ی عددهای اعشاری، گویا هستند. $-۰/۳۶=-\frac{۳۶}{۱۰۰}\rightarrow$

همه ی عددهای مخلوط، گویا هستند. $۳\frac{۴}{۵}=\frac{۱۹}{۵}\rightarrow$

رادیکالی هایی که جذر کامل داشته باشند، گویا هستند. $\sqrt{۲۵}=۵=\frac{۵}{۱}=\frac{۱۰}{۲}=\ldots\rightarrow$

تذکر: اگر مخرج کسری صفر باشد کسر را «تعریف نشده» می نامند. $\frac{۶}{۰}\rightarrow$ تعریف نشده

تساوی کسرها: اگر صورت و مخرج هر کسر را در عددی غیر از صفر ضرب کنیم یا بر عددی غیر از صفر تقسیم کنیم، کسر حاصل با کسر اول مساوی می باشد.

مثال:

$\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{۴}=\frac{۳}{۶}=\frac{۴}{۸}=\ldots$ (×۲، ×۳، ×۴)

$\frac{۱۵۰}{۲۱۰}=\frac{۷۵}{۱۰۵}=\frac{۵۰}{۷۰}=\frac{۳۰}{۴۲}=\ldots$ (÷۲، ÷۳، ÷۵)

نکته: در تساوی دو کسر اگر یکی از عددها مجهول بود به کمک تساوی کسرها می توان مقدار مجهول را به دست آورد.

مثال:

$\frac{۳}{۷}=\frac{x}{۲۸}\rightarrow x=۳\times۴=۱۲$ (×۴)

ولی بهترین راه و کلی ترین راه در این حالت طرفین ـ وسطین کردن می باشد.

$-\frac{۵}{۸}=-\frac{۱۵}{x}\rightarrow x=۸\times۳=۲۴$ (×۳)

مثال:

$\frac{۵۱}{۲۴}=\frac{۳۴}{x}\rightarrow\frac{\cancel{۲۴}^{۸}\times\cancel{۳۴}^{۲}}{\cancel{۵۱}_{۱}}=۱۶$

$\frac{x}{۱۰}=\frac{۱۰}{۴}\rightarrow x=\frac{۱۰\times۱۰}{۴}=\frac{۱۰۰}{۴}=۲۵$

نکته: برای این که یک کسر را تا حد ممکن ساده کنیم باید صورت و مخرج آن را به ب. م. م. صورت و مخرج تقسیم کنیم.

مثال: کسرهای زیر را تا حد ممکن ساده کنید. $-\frac{۵۶}{۲۱۰}$

یادآوری برای به دست آوردن ب. م. م. ابتدا دو عدد را به عامل های اول تجزیه می کنیم سپس حاصل ضرب عامل های مشترک دو عدد را حساب می کنیم.

پاسخ

$۲۱۰ = ۲\times۳\times۵\times۷$

۲۱۰	۲
۱۰۵	۳
۳۵	۵
۷	۷
۱	

$۵۶ = ۲\times۲\times۲\times۷$

۵۶	۲
۲۸	۲
۱۴	۲
۷	۷
۱	

ب. م. م. $= ۲\times۷ = ۱۴ \rightarrow -\frac{۵۶\div۱۴}{۲۱۰\div۱۴} = -\frac{۴}{۱۵}$

نکته: در نگارش عددهای گویا جای علامت تأثیری بر مقدار کسر ندارد. یعنی علامت کسر را می توان سمت چپ، در صورت و یا در مخرج قرار داد.

مثال: $-\frac{۳}{۷} = \frac{-۳}{۷} = \frac{۳}{-۷}$ $\qquad +\frac{۴}{۱۱} = \frac{+۴}{۱۱} = \frac{۴}{+۱۱}$

تعیین علامت عددهای گویا: برای تعیین علامت هر عدد گویا کافی است علامت های آن را در هم ضرب کرده تا به یک علامت تبدیل شوند.

مثال: $-(\frac{-۶}{۱۹}) = +\frac{۶}{۱۹}$ $\qquad -(+(\frac{-۳}{-۵})) = -\frac{۳}{۵}$

نکته: برای انجام سریع تر تعیین علامت می توان فقط علامت های منفی را شمارش کرد. اگر تعداد آنها زوج بود علامت عدد حاصل، مثبت خواهد بود و اگر تعداد فرد بود علامت عدد حاصل، منفی خواهد شد.

مثال: علامت عدد حاصل کسر مقابل را تعیین کنید. $\frac{(+۶)\times(-۲)\div(-۴)}{-۲\times(-۱)} =$

پاسخ چون ۴ علامت منفی وجود دارد بنابراین علامت عدد حاصل مثبت خواهد بود.

علامت $(\leq,\geq)$: عبارت $x \geq ۳$ را به صورت «x های بزرگ تر یا مساوی ۳» می خوانیم و منظور، خود عدد ۳ و عددهای بزرگ تر از آن می باشد و تفاوت آن با $x > ۳$ در این است که در نامساوی اول عدد ۳ وجود دارد ولی در نامساوی دوم عدد ۳ وجود ندارد.

مثال: عبارت $-۴ \leq x < -۳$ را خوانده و بگویید آیا عدد $-۳\frac{۲}{۵}$ در این محدوده قرار دارد؟

پاسخ «x های بزرگ تر یا مساوی ۴- و کوچک تر از ۳-» عدد $-۳\frac{۲}{۵}$ در این محدوده قرار دارد.

مقایسه ی عددهای گویا:

۱) در عددهای مثبت با صورت مساوی هر چه مخرج بزرگ تر باشد کسر کوچک تر است. $\frac{۳}{۷} > \frac{۳}{۱۰}$

۲) در عددهای منفی با صورت مساوی هر چه مخرج بزرگ تر باشد کسر بزرگ تر است. $-\frac{۳}{۷} < -\frac{۳}{۱۰}$

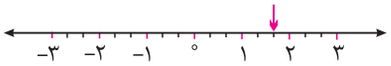
۳) در عددهای مثبت با مخرج مساوی، هر چه صورت بزرگ تر باشد کسر بزرگ تر است. $\frac{۵}{۹} > \frac{۲}{۹}$

۴) در عددهای منفی با مخرج مساوی، هر چه صورت بزرگ تر باشد کسر کوچک تر است. $-\frac{۵}{۹} < -\frac{۲}{۹}$

نکته: بهتر است برای مقایسه ی دو کسر ابتدا آنها را هم مخرج کنیم.

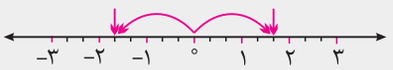
مثال‌های آموزشی

۱ نقطه‌ی مشخص شده روی محور چه عددی را نمایش می‌دهد؟ قرینه‌ی آن را روی محور مشخص کنید.



پاسخ

این نقطه‌ی عدد $+\frac{5}{3}$ یا $+1\frac{2}{3}$ می‌باشد.



۲ در تساوی زیر مقدار x را به دست آورید.

الف) $\frac{-42}{56}=\frac{6}{x}$ ب) $-\frac{11}{88}=-\frac{x}{16}$

پاسخ

الف) $x=\frac{56\times 6}{-42}=-8$ ب) $x=\frac{11\times 16}{88}=2$

۳ کسرهای زیر را تعیین علامت و سپس ساده کنید.

الف) $-\frac{10\times(-2)}{7\times 25}=$ ب) $-\frac{(-9)\times 20\times(-4)}{-100\times(-3)}=$

پاسخ

الف) $-\frac{10\times(-2)}{7\times 25}=+\frac{4}{35}$ ب) $-\frac{(-9)\times 20\times(-4)}{-100\times(-3)}=-\frac{12}{5}$

۴ هر یک از عددهای زیر را در جدول داده شده در جای مناسب قرار داده سپس از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$-\frac{3}{4},2\frac{3}{7},-1\frac{1}{4},\frac{-11}{3},1/27,-3,\frac{19}{80}$$

پاسخ

$x\geq 2$	$1\leq x<2$	$0\leq x<1$	$-1\leq x<0$	$-2\leq x<-1$	$-3\leq x<-2$	$x<-3$
$2\frac{3}{7}$	$1/27$	$\frac{19}{80}$	$-\frac{3}{4}$	$-1\frac{1}{4}$	-3	$-\frac{11}{3}$

$$-\frac{11}{3}<-3<-1\frac{1}{4}<-\frac{3}{4}<\frac{19}{80}<1/27<2\frac{3}{7}$$

۵ کدامیک از عددهای زیر، عدد صحیح هستند؟

$$\frac{-10}{2},\sqrt{49},\frac{-18}{12},\frac{2^3}{4},\frac{-\sqrt{16}}{-\sqrt{25}},-(-(+3))$$

پاسخ

$\frac{-10}{2}=-5$ ✓ $\sqrt{49}=7$ ✓ $\frac{-18}{12}=\frac{-3}{2}$ ✗

$\frac{2^3}{4}=\frac{8}{4}=2$ ✓ $\frac{-\sqrt{16}}{-\sqrt{25}}=+\frac{4}{5}$ ✗ $-(-(+3))=+3$ ✓