

آموزش نکته به نکته و مجموعه سؤالات طبقه‌بندی شده

ایستایی

کاردانی به کارشناسی

- ۱) مقدمه‌ای بر استاتیک
- ۲) سیستم‌های دو نیرویی
- ۳) تعادل یک ذره
- ۴) تعادل جسم صلب
- ۵) خرپاها
- ۶) بارهای محوری
- ۷) نیروی برشی (مماسی) مستقیم
- ۸) تنش و کرنش محوری
- ۹) تنش نهایی، تنش مجاز، ضریب ایمنی
- ۱۰) خواص هندسی سطوح
- ۱۱) تیر تحت بار گسترده
- ۱۲) ستون‌ها
- ۱۳) شرایط سازه

کد ۳۰۵۰۲

کارشناسی ناپیوسته

گردآوری و تالیف

مهندس محمد یگانه – مهندس غلامحسین برزگر

سرشناسه	: یگانه، محمد، ۱۳۵۴.
عنوان و پدیدآور	: آموزش نکته به نکته ایستایی کردانی به کارشناسی گردآوری و تألیف محمد یگانه، غلامحسین برزگر.
مشخصات نشر	: تهران: چهارخونه، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	: ۱۹۲ ص.
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۵۸۸۵-۳۷-۸
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
موضوع	: دانشگاه‌ها و مدارس عالی -- ایران -- آزمون‌ها
موضوع	: سازه -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)
موضوع	: سازه -- راهنمای آموزشی (عالی)
شناسه افزوده	: برزگر، غلامحسین، ۱۳۵۴.
رده‌بندی کنگره	: LB۲۳۵۳/۱۸۸ ۱۳۸۹
رده‌بندی دیویی	: ۳۷۸/۱۶۶۴
شماره کتابشناسی ملی	: ۲۱۶۸۴۱۲

آموزش نکته به نکته و مجموعه سؤالات ایستایی

ناشر: انتشارات چهارخونه

نویسنده: مهندس محمد یگانه - مهندس غلامحسین برزگر

ویراستار: مهندس سارا توکلی

صفحه آرای: فاطمه مرادی

حروفچینی: نرگس اسودی

چاپ و صحافی: فتوحی

نوبت چاپ: دوم - بهار ۱۳۹۲

شمارگان: ۵۰۰ جلد

قیمت: ۱۳۰۰۰ تومان

«کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است و هرگونه نسخه برداری پیگرد قانونی دارد»

تلفن مرکز پخش: ۰۹۱۲۶۲۰۰۰۲۶ - ۶۶۹۲۸۰۲۹ - ۶۶۹۲۸۱۷۱

جهت دریافت کتاب در تهران از طریق پیک و در شهرستان‌ها از طریق پست با

شماره تلفن: ۶۶۹۲۸۰۲۹ (۰۲۱) تماس حاصل فرمایید.

ISBN 978 - 600 - 5885 - 37 - 8

شابک: ۹۷۸ - ۶۰۰ - ۵۸۸۵ - ۳۷ - ۸

فهرست مطالب

بخش نهم «تنش نهایی، تنش مجاز، ضریب ایمنی»

- فصل نهم: تنش نهایی، تنش مجاز، ضریب ایمنی ۱۱۶
تست‌های فصل نهم ۱۱۸
پاسخنامه فصل نهم ۱۱۹

بخش دهم « خواص هندسی سطوح »

- فصل: خواص هندسی سطوح ۱۲۱
تست‌های فصل دهم ۱۳۲
پاسخنامه فصل دهم ۱۳۸

بخش یازدهم « تیر تحت بار گسترده »

- فصل یازدهم: تیر تحت بار گسترده ۱۴۵
تست‌های فصل یازدهم ۱۵۶
پاسخنامه فصل یازدهم ۱۶۶

بخش دوازدهم « ستون‌ها »

- فصل دوازدهم: ستون‌ها ۱۸۲
تست‌های فصل دوازدهم ۱۸۶
پاسخنامه فصل دوازدهم ۱۸۷

بخش سیزدهم « شرایط سازه »

- فصل سیزدهم: شرایط سازه ۱۸۹
تست‌های فصل سیزدهم ۱۹۱
پاسخنامه فصل سیزدهم ۱۹۲

بخش اول « مقدمه‌ای بر استاتیک »

- یادآوری ۷
فصل اول: مقدمه‌ای بر استاتیک ۹
تست‌های فصل اول ۱۲
پاسخنامه فصل اول ۱۳

بخش دوم « سیستم‌های دو نیرویی »

- فصل دوم: سیستم‌های دو نیرویی ۱۵
تست‌های فصل بخش دوم ۲۶
پاسخنامه فصل دوم ۳۱

بخش سوم « تعادل یک ذره »

- فصل سوم: تعادل یک ذره ۳۷
تست‌های فصل سوم ۴۱
پاسخنامه فصل سوم ۴۳

بخش چهارم « تعادل جسم صلب »

- فصل چهارم: تعادل جسم صلب ۴۶
تست‌های فصل چهارم ۵۲
پاسخنامه فصل چهارم ۵۷

بخش پنجم « خرپاها »

- فصل پنجم: خرپاها ۶۳
تست‌های فصل پنجم ۶۷
پاسخنامه فصل پنجم ۷۲

بخش ششم « بارهای محوری »

- فصل ششم: بارهای محوری ۷۷
تست‌های فصل ششم ۸۱
پاسخنامه فصل ششم ۸۴

بخش هفتم « نیروی برشی (مماسی) مستقیم »

- فصل هفتم: نیروی برشی (مماسی) مستقیم ۸۸
تست‌های فصل هفتم ۹۴
پاسخنامه فصل هفتم ۹۶

بخش هشتم « تنش و کرنش محوری »

- فصل هشتم: تنش و کرنش محوری ۹۹
تست‌های فصل هشتم ۱۰۶
پاسخنامه فصل هشتم ۱۱۰

بخش اول

مقدمه‌ای بر استاتیک

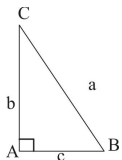
یادآوری

حل مثلث: هر مثلث دارای شش جز اصلی است. سه ضلع و سه زاویه.

اگر سه جز از مثلثی معلوم باشد و سه جز دیگر نامعلوم، به کمک روابطی می‌توان مقادیر مجهول را به دست آورد. به پیدا کردن این مقادیر نامعلوم در مثلث و حل چنین مسائلی حل مثلث می‌گویند.

مثلث قائم‌الزاویه: هر مثلثی که یک زاویه قائمه داشته باشد را مثلث قائم‌الزاویه گویند. وجود ضلع دیگر ضلع قائم می‌باشند. در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه 90° را وتر گویند.

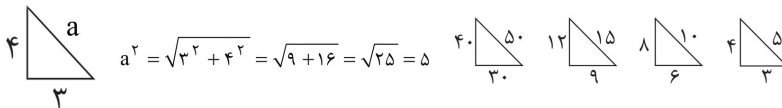
رابطه‌ی فیثاغورس: مربع وتر برابر است با مجموع مربع دو ضلع دیگر
وتر: a اضلاع قائم: b, c



$$a^2 = b^2 + c^2$$

مثال: در مثلث قائم‌الزاویه زیر وتر گرامر است.

به همین ترتیب



تعریف نسبت‌های مثلثاتی:



$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{c}{a}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha} = \frac{c}{b}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{b}{a}$$

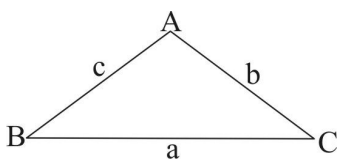
$$\cot \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha} = \frac{b}{c}$$

مذکر:

۱- روابط فوق تنها در مثلث قائم‌الزاویه برقرار است.

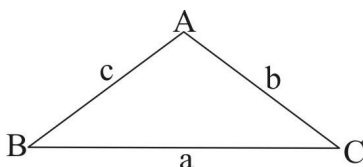
۲- اضلاع مقابل و مجاور وقتی قابل تشخیص هستند که زاویه‌ی مورد نظر مشخص شود.

رابطه‌ی سینوس‌ها: رابطه‌ی سینوس‌ها در هر مثلث دلخواهی برقرار است و به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

رابطه کسینوس‌ها: رابطه کسینوس‌ها در هر مثلث دلخواهی برقرار است و به صورت زیر تعریف می‌شود.



$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B} \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C} \end{aligned}$$

مذکر:

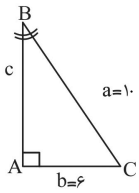
۱- هرگاه در مورد مثلث قائم‌الزاویه سوالی مربوط به مثلث مطرح شود بهتر است از روابط مربوط به مثلث قائم‌الزاویه استفاده شود و در سایر مثلث‌ها از رابطه‌ی سینوس‌ها و رابطه‌ی کسینوس‌ها استفاده شود.

۲- اگر در مثلثی سه ضلع معلوم باشد برای پیدا کردن یکی از زاویه‌ی مثلث اجباراً از رابطه‌ی کسینوس‌ها استفاده می‌شود.

۳- اگر در مثلثی دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها معلوم باشد برای تعیین ضلع سوم مثلث اجباراً از رابطه‌ی کسینوس‌ها استفاده می‌شود.

۴- در سایر موارد ترجیحاً از رابطه‌ی سینوس‌ها استفاده می‌شود.

مثال: در مثلث ABC که در راس \hat{A} قائمه است اگر $a = 10\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$ باشد $\tan \hat{B}$ را محاسبه کنید.



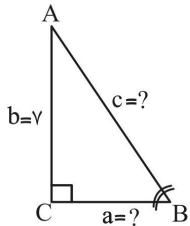
ابتدا یک شکل تقریبی رسم می‌کنیم:

چون دو ضلع را داریم، از رابطه‌ی فیثاغورس ضلع سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 10^2 = 6^2 + c^2 \rightarrow 100 - 36 = c^2 \rightarrow c^2 = 64 \rightarrow \boxed{c = 8}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{b}{c} = \frac{6}{8} = 0.75$$

مثال: در مثلث ABC که در راس \hat{C} قائمه است اگر $\sin B = 0.3$ و $b = 7\text{cm}$ باشد طول دو ضلع دیگر مثلث را بیابید.



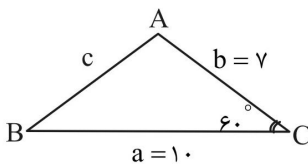
با توجه به داشتن $\sin B$ پس زاویه‌ی مورد نظر B می‌باشد لذا ضلع مقابل b، وتر c و ضلع مجاور a می‌باشد.

$$\sin B = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c} \rightarrow 0.3 = \frac{7}{c} \rightarrow c = 23.33$$

سپس به کمک رابطه‌ی فیثاغورس ضلع سوم را محاسبه می‌کنیم:

$$c^2 = b^2 + a^2 \rightarrow 23.33^2 = 7^2 + a^2 \rightarrow a^2 = 544.29 - 49 \rightarrow \boxed{a = 22.25}$$

مثال: در مثلث ABC اگر $a = 10\text{cm}$ و $b = 7\text{cm}$ و $\hat{C} = 60^\circ$ باشند اولاً طول ضلع c را بیابید ثانیاً دو زاویه‌ی دیگر مثلث را بیابید:



ابتدا یک شکل تقریبی رسم می‌کنیم.

چون دو ضلع و زاویه‌ی بین دو ضلع معلوم هستند از رابطه‌ی COSها استفاده می‌کنیم:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

$$c^2 = 10^2 + 7^2 - 2 \times 10 \times 7 \times \cos 60^\circ \rightarrow c^2 = 79 \rightarrow c = 8.88$$

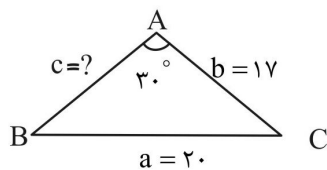
سپس به کمک رابطه‌ی sinها می‌توان دو ضلع دیگر را به دست آورد.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \rightarrow \frac{10}{\sin \hat{A}} = \frac{7}{\sin \hat{B}} = \frac{8.88}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{7 \times \sin 60^\circ}{8.88} \rightarrow \sin \hat{B} = 0.68 \rightarrow \boxed{\hat{B} = 43^\circ}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{10 \times \sin 60^\circ}{8.88} \rightarrow \sin \hat{A} = 0.97 \rightarrow \boxed{\hat{A} = 77^\circ}$$
 کنترل $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 77 + 43 + 60 = 180^\circ$ ok

مثال: در مثلث ABC اگر $a = 20\text{cm}$, $b = 17\text{cm}$ و $\hat{A} = 30^\circ$ باشد سایر اجزاء مثلث را بیابید.

باید از رابطه‌ی sinها استفاده کنیم:

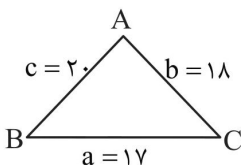


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \rightarrow \frac{20}{\sin 30^\circ} = \frac{17}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{17 \sin 30^\circ}{20} = 0.425 \rightarrow \boxed{\hat{B} = 25.15^\circ}$$

$$\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} \rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 30^\circ - 25.15^\circ = 124.85^\circ \Rightarrow \frac{20}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 124.85^\circ} \rightarrow c = \frac{20 \sin 124.85^\circ}{\sin 30^\circ} \rightarrow \boxed{c = 32.82}$$

مثال: در مثلث ABC اگر $A = 17\text{cm}$ و $b = 18\text{cm}$ و $c = 20\text{cm}$ باشد اندازه زاویه‌ی این مثلث را بیابید.



با توجه به این که سه ضلع مثلث معلوم است، برای به دست آوردن یکی از زاویه‌ها از رابطه‌ی COSها استفاده می‌کنیم

ولی از آنجایی که احتمال اشتباه در استفاده از رابطه‌ی COSها زیاد است، ترجیحاً از رابطه‌ی sinها استفاده

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

می‌کنیم:

$$17^2 = 18^2 + 20^2 - 2 \times 18 \times 20 \times \cos A \rightarrow 2 \times 18 \times 20 \times \cos A = 18^2 + 20^2 - 17^2$$

$$\rightarrow 720 \cos A = 435 \rightarrow \cos A = \frac{435}{720} = 0.6 \rightarrow \boxed{\hat{A} = 52.83^\circ}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \rightarrow \frac{17}{\sin 52.83^\circ} = \frac{18}{\sin B} = \frac{20}{\sin C}$$

$$\sin B = \frac{18 \sin 52 / 13}{17} = 0.844 \rightarrow \hat{B} = 57 / 53$$

$$\hat{C} = 180 - A - B \rightarrow C = 180 - 52 / 13 - 57 / 53 \quad \hat{C} = 69 / 64$$

تعاریف:

کمیت اسکالر: کمیتی که فقط مقدار دارد و جهت ندارد، مانند جرم
کمیت برداری: کمیتی که هم مقدار دارد و هم جهت دارد، مانند نیرو و گشتاور

فصل اول

« مقدمه‌ای بر استاتیک »

علم مکانیک: شاخه‌ای از علم فیزیک است که در مورد شرایط سکون و یا حرکت اجسام به بحث و بررسی می‌پردازد.
تقسیم‌بندی علم مکانیک از قرار زیر است:

۱- مکانیک اجسام صلب ۲- مکانیک اجسام تغییر شکل‌پذیر ۳- مکانیک سیالات

علم استاتیک: علمی که در خصوص اجسام صلب ساکن به بحث می‌پردازد علم استاتیک نام دارد.
علم دینامیک: علمی که در خصوص اجسام صلب متحرک به بحث می‌پردازد علم دینامیک نام دارد.

مفاهیم پایه: مفاهیم پایه در علم استاتیک عبارتند از:

۱- طول: برای تعیین موقعیت یک نقطه در فضا و مشخص کردن اندازه‌ی یک سیستم فیزیکی به کار می‌رود.

۲- زمان: دانستن مکان یک حادثه کافی نیست بلکه زمان آن هم اهمیت دارد البته در استاتیک مسائل وابسته به زمان نیستند ولی در دینامیک زمان نقش مهمی را ایفا می‌کند.

۳- جرم: مقدار ماده موجود در جرم جسم را می‌گویند.

تعریف دوم برای جرم: جرم معیاری است برای مقاومت در برابر شتاب

۴- نیرو: نشان‌دهنده اثر یک جسم بر جسم دیگر است. این اثر می‌تواند ضمن تماس دو جسم و یا عدم تماس دو جسم با یکدیگر باشد.

فرضیات: در علم مکانیک برای ساده‌سازی مسایل بعضی از تعاریف فرض شده‌اند که عبارتند از:

۱- ذره: جسمی بدون بُعد ولی دارای جرم

۲- جسم صلب: جسمی که جابه‌جایی ذرات تشکیل‌دهنده آن قبل و بعد از بارگذاری صفر باشد.

۳- بار متمرکز: اگر سطح بارگذاری نسبت به سطح جسم کوچک باشد می‌توان فرض کرد که بار فقط به یک نقطه وارد می‌شود که به آن بار متمرکز گویند.

۴- وزن: مقدار نیروی جاذبه‌ای که از طرف زمین به یک جسم وارد می‌شود.

مشخصات نیرو

مشخصات نیرو عبارتند از: ۱- مقدار ۲- جهت ۳- نقطه اثر ۴- امتداد (زاویه نیرو با محور افقی)

قوانین نیوتن (قوانین حرکت):

قانون اول نیوتن: هر گاه برآیند نیروهای وارد بر ذره‌ای صفر باشد اگر ذره در حال سکون باشد، در حالت سکون باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد به حرکت یکنواخت مستقیم الخط خود ادامه می‌دهد.

قانون دوم نیوتن: شتاب یک ذره متناسب است با برآیند نیروهایی که بر روی آن اثر می‌کنند و جهت آن در امتداد این برآیند قرار دارد.

$$\vec{F} \propto \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m \vec{a}$$

قانون سوم نیوتن: نیروهای عمل و عکس‌العمل بین دو جسم دارای مقداری مساوی، جهتی خلاف همدیگر و راستایی یکسان می‌باشند.

قانون جاذبه‌ی عمومی: دو ذره به جرم‌های m_1, m_2 یکدیگر را با نیرویی مساوی و در جهت مخالف، جذب می‌کنند، این مقدار برابر است با:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F: \text{نیروی جاذبه‌ی بین دو ذره} \quad G: \text{ثابت جاذبه‌ی جهانی که برابر است با } G = 6.673 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg.s}^2}$$

r : فاصله بین مرکزهای دو ذره m_1, m_2 : جرم‌های دو ذره

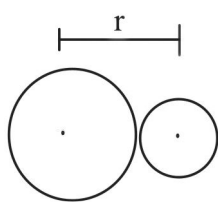
تذکره: با توجه به واحد G باید دقت کرد که در حل مسائل مربوط به جاذبه بین دو ذره، واحد جرم بر مسب kg واحد فاصله بر مسب m جاگذاری گردد.

مثال: دو ذره به جرم‌های 2gr ، 8gr به فاصله 4mm از یکدیگر قرار دارند نیروی جاذبه‌ی بین این ذره را بر حسب G محاسبه کنید.

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= 2\text{gr} \xrightarrow{\times 10^{-3}} m_1 = 0.002\text{kg} \\ m_2 &= 8\text{gr} \xrightarrow{\times 10^{-3}} m_2 = 0.008\text{kg} \\ r &= 4\text{mm} \xrightarrow{\times 10^{-3}} r = 0.004\text{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\rightarrow F = G \times \frac{0.002 \times 0.008}{(0.004)^2} = G \frac{0.000016}{0.000016} = G \rightarrow \boxed{F = G}$$

مثال: دو کره به شعاع‌های 2cm ، 4cm به جرم‌های 1gr ، 3gr به هم چسبیده‌اند این دو کره، چه نیروی جاذبه‌ای به یکدیگر وارد می‌کنند؟



$$\left. \begin{aligned} m_1 &= 1\text{gr} \xrightarrow{\times 10^{-3}} m_1 = 0.001\text{gr} \\ m_2 &= 3\text{gr} \xrightarrow{\times 10^{-3}} m_2 = 0.003\text{gr} \\ r &= 2\text{cm} + 4\text{cm} = 6\text{cm} \xrightarrow{\times 10^{-2}} r = 0.06\text{m} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \rightarrow G = 6/673 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$F = 6/673 \times 10^{-11} \times \frac{0.001 \times 0.003}{(0.06)^2} = 5/56 \times 10^{-14}$$

اصل قابلیت انتقال نیرو: اگر نیرویی بر یک جسم صلب اثر کند، در صورتی که این نیرو در راستای خود جابه‌جا شود وضعیت تعادل و یا حرکت جسم تغییر نخواهد کرد.

واحدها در دستگاه SI

واحدهای کمیت‌های اصلی: $\left. \begin{aligned} \text{طول} &\leftarrow \text{متر (m)} \\ \text{جرم} &\leftarrow \text{کیلوگرم (kg)} \\ \text{زمان} &\leftarrow \text{ثانیه (s)} \end{aligned} \right\}$

واحد کمیت فرعی: نیرو \leftarrow نیوتن (N)

تعریف نیوتن: یک نیوتن عبارت است از نیرویی که به جرم یک کیلوگرم، شتابی برابر با یک متر بر مجذور ثانیه ایجاد می‌کند.

واحدها در دستگاه FPS

واحدهای کمیت‌های اصلی: $\left. \begin{aligned} \text{طول} &\leftarrow \text{فوت (ft)} \\ \text{نیرو} &\leftarrow \text{پاوند (lb)} \\ \text{زمان} &\leftarrow \text{ثانیه (s)} \end{aligned} \right\}$

واحد کمیت فرعی جرم \leftarrow اسلاگ (slug)

تعریف اسلاگ: یک اسلاگ عبارت است از مقدار ماده‌ای که هنگام تاثیر نیروی یک پاوندی شتابی برابر با یک فوت بر مجذور ثانیه پیدا کند. مقدار شتاب جاذبه‌ی زمین در دو دستگاه SI و FPS از قرار زیر است:

$$\text{SI در سیستم } g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{FPS در سیستم } g = 32.17 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2}$$

مقایسه دستگاه‌های آحاد SI, FPS

دستگاه FPS		دستگاه SI		کمیت	نماد ابعادی
نماد	واحد	نماد	واحد		
-	اسلاگ ^۲	kg	کیلوگرم	طول	M
ft	فوت	m	متر		
s	ثانیه	s	ثانیه		
lb	پوند	N	نیوتن	نیرو	F