

# راهنمای گام به گام

# دروس عمومی

## پایه یازدهم

### فنی و صرفه ای

- ۱) ریاضی (۲)
- ۲) فارسی و نگارش (۲)
- ۳) دین و زندگی (۲)
- ۴) انسان و محیط زیست
- ۵) تاریخ معاصر ایران
- ۶) زبان انگلیسی (۲)
- ۷) عربی ، زبان قرآن
- ۸) شیمی

۸۰۷۰

# چهارخونه

## ناشر تخصصی آموزشی

عنوان و نام پدیدآور: راهنمای گام به گام دروس عمومی پایه یازدهم فنی حرفه‌ای ۱) ریاضی (۲) فارسی و نگارش (۲) ...  
مشخصات نشر: تهران، چهارخونه، ۱۳۹۹  
مشخصات ظاهری: ۲۹۰ ص.: مصور، جدول، نمودار؛ ۲۹\*۲۲ س.م.  
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۰۵-۱۴۷-۸  
وضعيت فهرست‌نويسی: فيپای مختصر  
شناسه افزوده: انتشارات چهارخونه  
شماره کتابشناسی ملی: ۴۸۹۵۶۹۸

# راهنمای گام به گام پایه یازدهم دروس عمومی

ناشر: انتشارات چهارخونه

پدیدآورندگان: گروه طراحان

ویراستار: نجمه موسوی

طراحی و گرافیک جلد: مژده صالح‌پور

صفحه آرایی: محبوبه شریفی

حروفچینی: فاطمه مرادی

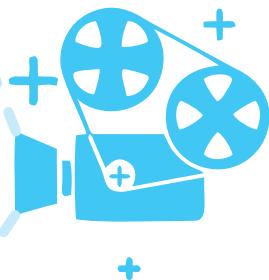
لیتوگرافی: امیر گرافیک

چاپ و صحافی: یگانه

نوبت چاپ: پنجم - پاییز ۱۳۹۹

شمارگان: ۵۰۰ جلد

قیمت: ۹۰۰۰ تومان



ISBN: 978-600-305-147 - 8

شابک: ۸ - ۱۴۷ - ۳۰۵ - ۶۰۰ - ۹۷۸

## پایگاه و فروشگاه اینترنتی: [WWW.4khooneh.org](http://WWW.4khooneh.org)

کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است و هر گونه نسخه برداری پیگرد قانونی دارد.

تلفن‌های مرکز پخش: ۰۹۱۲۶۲۰۰۰۲۶ - ۰۹۱۲۷۷۹۶ - ۰۹۱۲۷۱ - ۰۹۲۸۱۷۱ - ۰۹۲۷۷۹۶ - ۰۹۲۸۱۷۱ - ۰۹۱۲۶۲۰۰۰۲۶

جهت دریافت کتاب از طریق پست به سایت [www.4Khooneh.org](http://www.4Khooneh.org) مراجعه

نموده و یا با شماره تلفن ۰۲۱(۶۶۹۲۸۰۲۹) تماس حاصل فرمایید.

# فهرست مطالب

بخش ششم: زبان انگلیسی (۳)

<b>lesson1:</b>	
The value of knowledge.....	۱۹۶
<b>lesson2:</b>	
Traveling the world .....	۲۰۷
<b>Work book:lesson1</b> .....	۲۱۹
<b>Work book:lesson2</b> .....	۲۲۵

بخش هفتم: عربی، زبان فرآن

۲۲۴ ..... الدرس الخامس	
۲۲۷ ..... الدرس السادس	
۲۴۰ ..... الدرس السابع	
۲۴۴ ..... الدرس الثامن	

بخش هشتم: شیمی

۲۴۹ ..... فصل اول: ساختار اتم و مفاهیم پایه شیمی	
۲۶۰ ..... فصل دوم: فرآیندهای شیمیایی	
۲۶۸ ..... فصل سوم: محلول و کلوئید	
۲۷۴ ..... فصل چهارم: الکتروشیمی	
۲۸۰ ..... فصل پنجم: ترکیب‌های کربن دار	

بخش هفتم: انسان و محیط زیست

درس اول: آب، سرچشمه زندگی .....	۱۶۳
درس دوم: خاک، بستر زندگی .....	۱۶۶
درس سوم: هوا، نفس زندگی .....	۱۶۸
درس چهارم: انرژی، حرکت، زندگی .....	۱۷۰
درس پنجم: زباله، فاجعه محیط‌زیست .....	۱۷۴
درس ششم: تنوع زیستی .....	۱۷۶
درس هفتم: محیط زیست .....	۱۷۸

بخش اول: ریاضی ۳

پودمان اول: تابع .....	۵
پودمان دوم:تابعهای خطی و درجه دوم .....	۲۴
پودمان سوم: روابه‌های دلخواه و نسبت مثلثاتی .....	۴۹
پودمان چهارم: لگاریتم و خواص آن.....	۷۲
پودمان پنجم: آمار توصیفی .....	۸۳

بخش دهم: فارسی و نگارش (۳)

ستایش.....	۱۰۵
درس اول: نیکی .....	۱۰۵
درس دوم: اجزای نوشته .....	۱۰۸
درس سوم: آغازگری تنها .....	۱۱۱
درس چهارم: گسترش محتوا (۱) .....	۱۱۳
درس پنجم: پروردۀ عشق .....	۱۱۶
درس ششم: گسترش محتوا (۲) .....	۱۱۹
درس هفتم: ذوق لطیف .....	۱۲۱
درس هشتم: گسترش محتوا (۳) .....	۱۲۳
درس نهم: یاران عشق .....	۱۲۴
درس دهم: سفرنامه .....	۱۲۷
درس یازدهم: کاوه دادخواه .....	۱۲۹
درس دوازدهم: کاهش محتوا .....	۱۳۳
درس سیزدهم: کبوتر طوق دار .....	۱۳۵
درس چهاردهم: خوان عدل .....	۱۳۷
درس نایاش .....	۱۳۹

بخش سویم: دین و زندگی ۲

بخش اول: تفکر و اندیشه .....	۱۴۱
درس اول: هدایت الهی .....	۱۴۱
درس دوم: تداوم هدایت .....	۱۴۲
درس سوم: معجزه جاویدان .....	۱۴۴
درس چهارم: مسئولیت‌های پیامبر .....	۱۴۵
درس پنجم: امامت، تداوم رسالت .....	۱۴۷
درس ششم: پیشوایان اسوه .....	۱۵۰
درس هفتم: وضعیت فرهنگی، ... .....	۱۵۱
درس هشتم: احیای ارزش‌های راستین .....	۱۵۲
درس نهم: عصر غیبت .....	۱۵۴
درس دهم: مرجعیت و ولایت فقیه .....	۱۵۶
بخش دوم: در مسیر .....	۱۵۹
درس یازدهم: عزّت نفس .....	۱۵۹
درس دوازدهم: پیوند مقدس .....	۱۶۰

## بخش اول:

# ریاضی ۲

۲ تابع‌های خطی و درجه دوم و کاربرد آنها  
در حل معادله‌ها و نامعادله‌ها

تابع‌های خطی  
تابع‌های درجه دوم  
کاربرد تابع‌ها در حل معادله‌ها  
کاربرد تابع‌ها در حل نامعادله‌ها

۱ تابع

رابطه بین کمیت‌ها

مفهوم تابع

بازه‌ها

نمادگذاری تابع‌ها

نمایشنامه‌ای تابع: جدول و نمودار

۳ زاویه‌های دلخواه و نسبت‌های لگاریتم و خواص آن

لگاریتم  
خواص لگاریتم

۳

مثلثاتی آنها

زاویه‌چرخش

واحد اندازه‌گیری زاویه: رادیان

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های دلخواه

شیب خط و تانژانت زاویه‌ها

۵ آمار توصیفی

خط بهترین برآراش  
دروندیابی و برون‌دیابی  
میانه  
نمودار جعبه‌ای

رابطه بین کمیت‌ها

بسیاری از کمیت‌های اطراف ما به نوعی با هم ارتباط دارند، از این ارتباط می‌توان استفاده کرد و با داشتن مقدار یکی، دیگری را به دست آورد. به عنوان مثال مساحت یک مربع و طول ضلع آن دو کمیت مرتبط هستند که در این حالت اگر طول ضلع مربعی را بدانیم می‌توانیم مساحت آن را نیز بیابیم و بر عکس اگر مساحت مربعی را بدانیم می‌توانیم طول آن را نیز بیابیم.

**تذکر:** برای آنکه بهتر بتوانیم رابطه بین دو کمیت را بیان کنیم، هر یک از آنها را نام‌گذاری کرده و رابطه بین آنها را می‌نویسیم. در واقع برای شناخت رابطه بین دو کمیت باید بدانیم که این کمیت‌ها چه مقدارهایی می‌توانند داشته باشند و شیوه محاسبه یکی بر حسب دیگری چیست.

**مثال:** رابطه بین دو کمیت محیط مربع و طول ضلع آن را نوشه و جدول زیر را کامل کنید.

**حل:** اگر ضلع مربع را  $x$  و محیط آن را  $P$  بنامیم داریم:  $P = 4x$

طول ضلع	1	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
محیط	4	8	$\frac{1}{2}$	6

$$x = 1 \Rightarrow P = 4 \times 1 = 4$$

حال جدول را کامل می‌کنیم:

$$P = 8 \Rightarrow P = 4x \Rightarrow 8 = 4x \Rightarrow x = 2$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow P = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$P = 6 \Rightarrow 6 = 4x \Rightarrow x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

**مثال: (الف)** آیا با مشخص بودن محیط یک دایره، می‌توان مساحت آن را مشخص کرد؟

**(ب)** رابطه بین دو کمیت محیط دایره و مساحت دایره را بنویسید.

**(پ)** اگر محیط دایره‌ای  $3\pi$  باشد، مساحت آن چقدر است؟

**(ت)** اگر مساحت دایره‌ای  $5\pi$  باشد محیط آن چقدر است؟

**(ث)** هر یک از این دو کمیت‌های محیط و مساحت چه مقداری می‌توانند داشته باشند؟

**حل:** (الف) بله

ب) اگر محیط دایره را  $P$  و مساحت دایره را  $S$  بنامیم داریم:

$$P = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{P}{2\pi}$$

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 = \pi \times \frac{P^2}{4\pi^2} = \frac{P^2}{4\pi}$$

پ)

$$S = \frac{P^2}{4\pi} \Rightarrow S = \frac{(3\pi)^2}{4\pi} = \frac{9\pi^2}{4\pi} = \frac{9\pi}{4}$$

ت)

$$S = \frac{P^2}{4\pi} \Rightarrow 5\pi = \frac{P^2}{4\pi} \Rightarrow P^2 = 20\pi^2 \Rightarrow P = \sqrt{20\pi^2} = \pi\sqrt{20} = \pi\sqrt{4 \times 5} = 2\pi\sqrt{5}$$

ث) هر کدام از دو کمیت‌های محیط و مساحت دایره می‌توانند اعدادی نامنفی باشند یعنی  $0 \leq P \leq 0$  و  $S \geq 0$ .

**مثال:** خودرویی را در نظر بگیرید که گنجایش ۵ لیتر بنزین را دارد، و این خودرو به طور متوسط در هر ۱۰۰ کیلومتر ۸ لیتر بنزین مصرف می‌کند و باک این خودرو قبل از حرکت پر شده است.

**(الف)** اگر مقدار بنزین موجود در باک را بر حسب لیتر  $V$  و مسافت طی شده بر حسب کیلومتر را  $d$  بنامید رابطه بین دو کمیت مقدار بنزین در باک و مسافت طی شده را بنویسید.

**(ب)** اگر توصیه شود که برای صدمه ندیدن موتور حداقل ۳ لیتر بنزین در باک موجود باشد برای سالم نگه داشتن موتور حجم بنزین در باک چه مقداری می‌تواند باشد؟

**(پ)** اگر خودرو ۵۷۵ کیلومتر مسافت را طی کرده باشد حجم بنزین موجود در باک چقدر است؟

**(ت)** اگر حجم بنزین موجود در باک ۲۰ لیتر باشد، خودرو چه مسافتی را طی کرده است؟

**حل:** (الف) این خودرو به ازای هر لیتر بنزین  $\frac{100}{8}$  کیلومتر مسافت را طی می‌کند بنابراین رابطه بین مسافت طی شده و حجم بنزین موجود در باک از تناسب زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1 \text{ لیتر}}{12/5} = \frac{50 - V}{d} \Rightarrow d = 12/5(50 - V)$$

ب) حداقل ۳ لیتر و حداقل ۵۰ لیتر

**(پ)**  $d = 12/5(50 - V) \Rightarrow 575 = 12/5 \times 50 - 12/5V \Rightarrow 12/5V = 625 - 575 \Rightarrow 12/5V = 50 \Rightarrow V = \frac{50}{12/5} = 4$

**(ت)**  $d = 12/5(50 - V) \Rightarrow d = 12/5(50 - 20) = 12/5 \times 30 = 360 \Rightarrow d = 360$

## مفهوم تابع

**تعريف تابع:** اگر دو کمیت (الف) و (ب) با یکدیگر مرتبط باشند و با مشخص شدن مقدار کمیت (الف)، فقط یک مقدار برای کمیت (ب) به دست آید، در این صورت کمیت (ب) را تابعی از کمیت (الف) می‌نامند.

به عبارتی دیگر تابع، رابطه‌ای بین دو مجموعه A و B است که در آن هر عضو از مجموعه A فقط به یک عضو از مجموعه B نسبت داده می‌شود.

**تذکر مهم:** اگر با مشخص شدن یک مقدار کمیت (الف)، بیش از یک مقدار برای کمیت (ب) به دست آید این رابطه تابع نیست.

**مثال:** کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟

- (الف) رابطه بین افراد و غذای مورد علاقه آنها
- (ب) رابطه بین افراد و وزن آنها
- (پ) رابطه بین مساحت یک مربع و ضلع آن
- (ت) رابطه‌ای که به هر عدد ریشه دوم آن را نسبت می‌دهد.



**حل:** (الف) تابع نیست زیرا ممکن است شخص به دو یا چند غذا علاقمند باشد.

(ب) تابع است، زیرا به هر فرد فقط یک وزن می‌توانیم نسبت دهیم.

(پ) تابع است. زیرا با مشخص شدن اندازه ضلع مربع فقط یک مقدار معین برای مساحت آن به دست می‌آید مثلاً اگر ضلع مربعی ۳ متر باشد مساحت آن ۹ مترمربع می‌باشد.

(ت) تابع نیست زیرا هر عدد مثبت دو ریشه دوم دارد. مثلاً عدد ۲۵ دارای ریشه‌های دوم ۵ و -۵ است.

(ث) تابع نیست زیرا عدد ۱ از کمیت (الف) به دو عدد ۴ و ۶ از کمیت (ب) نسبت داده شده است.

(ج) تابع است. زیرا هر مقدار از کمیت A فقط به یک مقدار از کمیت B نسبت داده شده است.

### تعريف دامنه و ضابطه تابع:

اگر کمیت (ب) تابعی از کمیت (الف) باشد، مقادیری که کمیت (الف) می‌تواند داشته باشد را دامنه این تابع می‌نامند و قانونی را که مقادیر کمیت (ب) را بر حسب مقادیر کمیت (الف) به دست می‌دهد، قانون یا ضابطه این تابع گویند.

**مثال:** رابطه  $y = x^2$  را در نظر بگیرید.

(الف) آیا  $x$  تابعی از  $y$  است؟ چرا؟

(ب) آیا  $y$  تابعی از  $x$  است؟ چرا؟

**حل:**

$$y = x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y}$$

الف) خیر

زیرا برای  $y = 9$  دو مقدار  $\pm 3$  برای  $x$  به دست می‌آید. به طور کلی در این رابطه برای هر مقدار مثبت برای  $y$  دو مقدار برای  $x$  به دست می‌آید.

(ب) بله. زیرا برای هر مقدار  $x$ ، فقط یک مقدار برای  $y$  به دست می‌آید. دامنه این تابع تمام اعداد حقیقی  $R$  است.

**مثال:** رابطه  $|x+2| = S$  را در نظر بگیرید.

(الف) آیا  $x$  تابعی از  $S$  است؟

**حل:** (الف) خیر، زیرا برای  $S=0$  دو مقدار  $\pm 2$  برای  $x$  به دست می‌آید.

$$S=0 \Rightarrow |r|=0+2 \Rightarrow |r|=2 \Rightarrow r=\pm 2$$

(ب) آیا  $S$  تابعی از  $x$  است؟

**حل:** (ب) بله،  $S$  تابعی از  $x$  است زیرا برای هر مقدار  $x$  فقط یک مقدار برای  $S$  به دست می‌آید.

$$|r|=S+2 \Rightarrow S=|r|-2$$

**مثال:** رابطه  $x^3 = y$  را در نظر بگیرید.

**الف)** آیا  $x$  تابعی از  $y$  است؟

$$x^3 = y \Rightarrow x = \sqrt[3]{y}$$

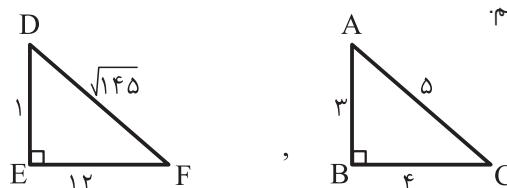
**حل:** الف)بله.

**ب)** آیا  $y$  تابعی از  $x$  است؟

بله، زیرا برای هر مقدار  $x$  فقط یک مقدار برای  $y$  به دست می‌آید.

**مثال:** آیا محيط مثلث تابعی از مساحت آن است؟ چرا؟

**حل:** خیر. اگر دو مثلث زیر را در نظر بگیریم.



$$S_{DEF} = \frac{1 \times 2}{2} = 1, \quad S_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

این دو مثلث مساحت‌شان برابر است

ولی محيط‌شان برابر نیست

$$\text{ABC} = 3 + 4 + 5 = 12 \quad \text{جمع سه ضلع} = \text{محيط}$$

$$\text{DEF} = 1 + 2 + \sqrt{145} = 13 + \sqrt{145}$$

در این مثال می‌بینیم که برای مقدار ۶ مساحت، دو مقدار مختلف برای محيط به دست آمده است پس محيط مثلث تابعی از مساحت آن نمی‌باشد.

## بازه‌ها

بازه‌ها گونه‌ای دیگر از زیر مجموعه‌های اعداد حقیقی می‌باشند.

**انواع بازه:** فرض کنیم  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند و  $a < b$  در این صورت:

**(الف) بازه بسته a و b:** مجموعه تمام اعداد حقیقی بین  $a$  و  $b$  و خود  $a$  و  $b$  تشکیل بازه بسته  $a$  و  $b$  می‌دهد و با  $[a, b]$  نشان می‌دهند به عبارتی دیگر:

$$[a, b] = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\} \quad \leftarrow \begin{array}{c} \bullet \\ a \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ b \end{array} \quad \rightarrow$$

**(ب) بازه باز a و b:** مجموعه تمام اعداد حقیقی بین  $a$  و  $b$  است و با  $(a, b)$  نشان داده می‌شود.

$$(a, b) = \{x \in R \mid a < x < b\} \quad \leftarrow \begin{array}{c} \bullet \\ a \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ b \end{array} \quad \rightarrow$$

**ج) بازه نیم باز یا نیم بسته:** اگر از بازه بسته  $[a, b]$  ابتدا یا انتهای آن را حذف کنیم بازه نیم باز یا نیم بسته به دست می‌آید که به دو صورت

زیر می‌باشند.

$$[a, b) = \{x \in R \mid a \leq x < b\} \quad \leftarrow \begin{array}{c} \bullet \\ a \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ b \end{array} \quad \rightarrow$$

$$(a, b] = \{x \in R \mid a < x \leq b\} \quad \leftarrow \begin{array}{c} \bullet \\ a \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ b \end{array} \quad \rightarrow$$

تذکر: ۱

$$\{x \in R \mid x > a\} = (a, +\infty) \quad ۲$$

$$\{x \in R \mid x < a\} = (-\infty, a) \quad ۳$$

**مثال:** جدول زیر را کامل کنید.

**حل:**

نمایش با بازه	نمایش با نماد مجموعه	نمایش روی محور	نوع بازه
$[-1, 2)$	$\{x \in R \mid -1 \leq x < 2\}$		نیم باز
$[0, 1]$	$\{x \in R \mid 0 \leq x \leq 1\}$		بسته
$(-\infty, 1]$	$\{x \in R \mid x \leq 1\}$		نیم باز
$(2, 3)$	$\{x \in R \mid 2 < x < 3\}$		باز

**مثال:** مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x}{2} - 1 \leq 3$  را به صورت بازه نشان داده و روی محور نشان دهید.

$$\frac{x}{2} - 1 \leq 3 \xrightarrow{+1} \frac{x}{2} + 1 \leq 3 + 1 \Rightarrow \frac{x}{2} \leq 4 \xrightarrow{\times 2} 1 \times 2 < \frac{x}{2} \times 2 \leq 4 \times 2 \Rightarrow 2 < x \leq 8$$

حل:



**مثال:** حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

(الف)  $(-\infty, 2] \cup (1, 5]$

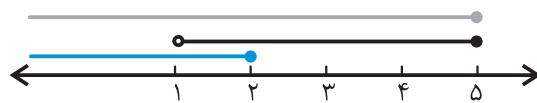
(ب)  $(-2, 3) \cap [-1, 5]$

(ج)  $[-3, 7] - (2, 8]$

حل: در این طور مسائل بهتر است ابتدا بازه‌ها را روی محور رسم کرده سپس حاصل را بیابیم.

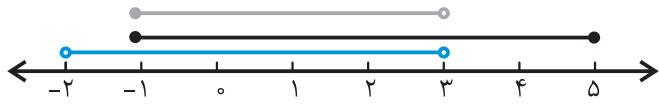
(الف)

$(-\infty, 2] \cup (1, 5] = (-\infty, 5]$



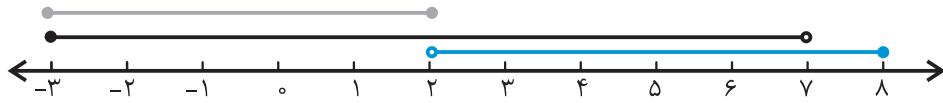
(ب)

$(-2, 3) \cap [-1, 5] = [-1, 3]$

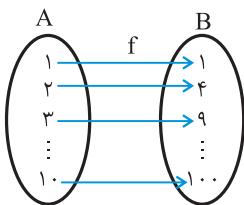


(ج)

باید از  $(-3, 7] - (2, 8]$  بازه  $[2, 8]$  را حذف کنیم که طبق نمودار داریم:



### نمادگذاری تابع‌ها



از آن جایی که رابطه‌ی بین کمیت‌ها به شکل‌های مختلفی می‌باشند و تابع‌های زیادی وجود دارند بنابراین بهتر است نامی برای آن‌ها انتخاب کنیم تا کار کردن با آن‌ها ساده‌تر شود به عنوان مثال اگر تابع زیر که کمیت‌های A را به B نظیر می‌کند را  $f$  بنامیم:

می‌بینیم که این تابع عضو ۱ از A را به عضو ۱ از B و عضو ۲ از A را به عضو ۴ از B و ... و عضو  $n$  از A را به عضو  $n^2$  از B وصل می‌کند  
برای راحتی کار می‌نویسیم:

$$f(1) = 1, f(2) = 4, f(3) = 9, \dots, f(n) =$$

و به  $f(x)$  مقدار تابع  $f$  در  $x$  می‌گویند و می‌خوانند  $f$  یک و چون تابع  $f$  هر عضو A را به مربع یا توان دو آن عدد نظیر می‌کند ضابطه یا قانون این تابع را به صورت  $f(x) = x^2$  می‌نویسیم (بخوانید  $f$  ایکس) دامنه این تابع  $D_f = \{1, 2, 3, \dots, 10, \dots\}$  می‌باشد.

**نکته:** در هر تابع، مقدار تابع فقط مقادیر دامنه محاسبه می‌شود و حتی اگر مقادیر خارج از دامنه را بتوان در قانون تابع قرار داد و مقداری را برای آن محاسبه کرد، عدد محاسبه شده معنایی ندارد. به عبارت دیگر اگر  $f$  یک تابع و  $x$  متغیر آن باشد مقادیر  $f(x)$  را فقط برای  $x$ ‌هایی محاسبه می‌کنیم که این  $x$ ‌ها در دامنه تابع باشند.

**مثال:** تابع  $f$  با قانون  $f(x) = 3x - 2$  در نظر بگیرید و مقادیر زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\text{الف) } f(1) \quad \text{ب) } f\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{پ) } f\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \text{ت) } f(f(2)) \quad \text{ث) } f(6) \quad \text{ج) } f(\sqrt{2})$$

حل:

$$\text{الف) } f(1) = 3(1) - 2 = 1$$

$$\text{ب) } f\left(\frac{1}{2}\right) = 3\left(\frac{1}{2}\right) - 2 = \frac{3}{2} - 2 = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{پ) } f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3\left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = -\frac{3}{2} - 2 = \frac{-1-4}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$\text{ت) } f(f(2)) =$$

$$f(2) = 3(2) - 2 = 6 - 2 = 4$$

در این طور موقع ابتدا داخل پرانتز یعنی  $f(2)$  را حساب می‌کنیم.

حال  $f(4)$  را می‌یابیم:

$$f(f(2)) = f(4) = 3(4) - 2 = 12 - 2 = 10$$

(ث) چون ۶ در دامنه تابع نیست بنابراین  $f(6)$  معنای ندارد.

$$\text{ج) } f(\sqrt{2}) = 3(\sqrt{2}) - 2 = 3\sqrt{2} - 2$$

**مثال:** طول یک مستطیل ۵ واحد بیشتر از عرض آن است.

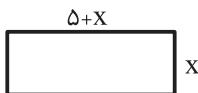
**الف)** رابطه ریاضی بنویسید که محیط مستطیل را بر حسب تابعی از عرض آن بیان کند و تابع را  $g$  و متغیر آن را  $x$  بنامید.

**ب)**  $g(3)$  را بیابید.

**پ)** آیا  $g(-2)$  معنایی دارد؟

**ت)** دامنه این تابع را مشخص کنید.

**حل:** اگر عرض مستطیل را  $x$  بنامیم، طول مستطیل برابر است با  $5 + x$  بنابراین:



$$\text{الف) } g(x) = 2((x + 5) + x) = 2(2x + 5) = 4x + 10 \Rightarrow g(x) = 4x + 10 \quad (\text{عرض} + \text{طول}) = 2(\text{عرض} + \text{عرض})$$

ب)

$$g(3) = 4 \times 3 + 10 = 22$$

پ)  $g(-2)$  معنای ندارد زیرا عرض مستطیل منفی نمی‌شود به عبارتی دیگر،  $-2$  در دامنه تابع  $g$  نیست.

$$\text{ت) دامنه } D_g = (0, +\infty)$$

**مثال:** اگر  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  باشد مقادیر زیر را بیابید.

$$\text{الف) } f(0) \quad \text{ب) } f(-2) = \quad \text{پ) } f(f(1)) = \quad \text{ت) } f(a+2) = \quad \text{ث) } 2f(-1) + 3f(2) =$$

حل:

$$\text{الف) } f(0) = (0)^3 - 3(0) + 1 = 1$$

$$\text{ب) } f(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 1 = -8 + 6 + 1 = -1$$

$$\text{پ) } f(f(1)) = \quad \text{ابتدا } f(1) \text{ را می‌یابیم.}$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = 1 - 3 + 1 = -1 \Rightarrow f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = -1 + 3 + 1 = 5$$

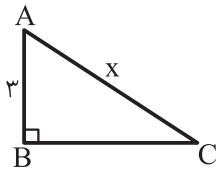
$$\text{ت) } f(a+2) = (a+2)^3 - 3(a+2) + 1 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8 - 3a - 6 + 1 = a^3 + 3a^2 + 9a + 3$$

ث) ابتدا  $f(-1)$  و  $f(2)$  را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^3 - 3(-1) + 1 = -1 + 3 + 1 = 5 \\ f(2) &= 2^3 - 3(2) + 1 = 8 - 6 + 1 = -1 \end{aligned} \Rightarrow 2f(-1) + 3f(2) = 2 \times 5 + 3 \times (-1) = 10 - 3 = 7$$

**مثال:** طول یکی از ضلع‌های زاویه قائم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۳ سانتی‌متر است. مساحت این مثلث تابعی از وتر آن است این تابع را  $f$  بنامید و متغیر آن را  $x$  نامیده و دامنه و قانون این تابع را مشخص کنید.

**حل:**



$$AB = 3, AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow 3^2 + BC^2 = x^2 \Rightarrow BC^2 = x^2 - 9 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 - 9}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{BC \times AB}{2} = \frac{\sqrt{x^2 - 9} \times 3}{2}$$

حال اگر مساحت را  $f$  بنامیم، ضابطه یا قانون این تابع به صورت زیر است:

$$f(x) = \frac{3\sqrt{x^2 - 9}}{2}$$

$$x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq -3$$

از آن جایی که عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج نباید منفی باشد پس داریم:

چون  $x$  طول وتر است و منفی نمی‌شود پس  $D_f = [3, +\infty)$  دامنه

### نمایش‌های تابع: جدول و نمودار

**جدول مربوط به یک تابع:** برای هر تابع می‌توان جدولی دو سطری رسم کرد که در سطر اول، مقادیر از دامنه و در سطر دوم مقدار تابع به ازای مقادیر دامنه قرار می‌گیرد. این جدول را جدول تابع می‌نامند. که برای شناخت چگونگی تغییرات مقادیر تابع که رفتار تابع نامیده می‌شوند بسیار مفید است.

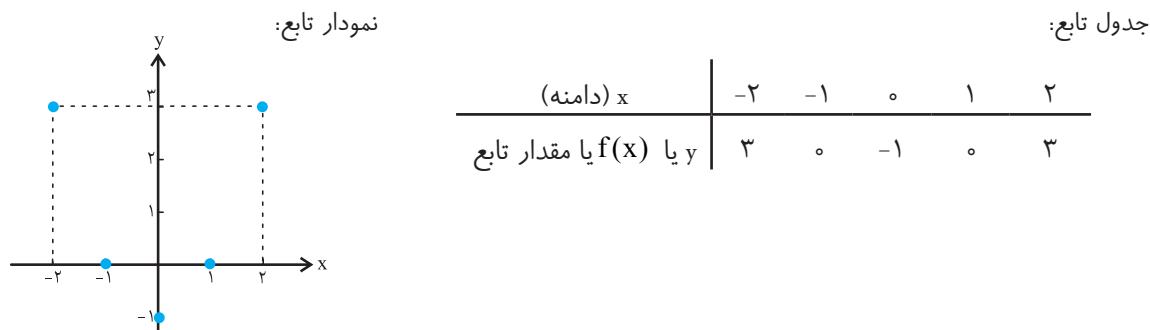
**نمودار تابع:** به کمک جدول یک تابع می‌توان نموداری در صفحه رسم کرد هر زوج اعدادی در جدول که از اعداد دامنه تابع (سطر اول) و مقدار تابع (سطر دوم) تشکیل شده است نقطه‌ای را در صفحه مختصات مشخص می‌کند، مجموعه این نقاط شکلی را در صفحه مشخص می‌کنند که نمودار تابع نامیده می‌شود. از طریق نمودار تابع، رفتار تابع را بهتر می‌توان تشخیص داد.

**مثال:** تابع  $-x^2 - 1 = f(x)$  را در نظر بگیرید.

الف) جدول و نمودار این تابع را با دامنه  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  رسم کنید.

**حل:** ابتدا مقادیر تابع را به ازای نقاط دامنه آن می‌یابیم:

$$f(-2) = (-2)^2 - 1 = 3, \quad f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0 \\ f(0) = 0^2 - 1 = -1, \quad f(1) = 1^2 - 1 = 0, \quad f(2) = 2^2 - 1 = 3$$



ب) نمودار تابع را با دامنه  $[-2, 2]$  رسم کنید و چگونگی تغییرات مقادیر تابع (رفتار تابع) را در دامنه‌اش بررسی کنید.

**حل:** چون دامنه تابع بازه بسته  $[-2, 2]$  است، نقاط به دست آمده در جدول قسمت الف را به

هم وصل می‌کنیم:

رفتار تابع در بازه  $[-2, 0]$  کاهشی (نزولی) است به این معنی که با افزایش مقدار  $x$  در این بازه مقدار تابع کاهش می‌یابد و رفتار تابع در بازه  $[0, 2]$  افزایشی (صعودی) است، به این معنی که با افزایش مقدار  $x$  در این بازه مقدار تابع افزایش می‌یابد.

