

## راهنمای گام به گام

# رشته مکانیک خودرو

## پایه یازدهم

### فنی و حرفه ای

- (۱) ریاضی (۲)
- (۲) فارسی و نگارش (۲)
- (۳) دین و زندگی (۲)
- (۴) انسان و محیط زیست
- (۵) تاریخ معاصر ایران
- (۶) زبان انگلیسی (۲)
- (۷) عربی ، زبان قرآن
- (۸) شیمی
- (۹) مدیریت تولید
- (۱۰) تعمیرات سیستم تعلیق ، فرمان و ترمز خودرو
- (۱۱) تعمیرات جعبه دنده و دیفرانسیل

# چهارخونه

ناشر تخصصی آموزشی

عنوان و نام پدیدآور: راهنمای گام به گام پایه یازدهم رشته مکانیک خودرو فنی حرفه‌ای  
مشخصات نشر: تهران، چهارخونه، ۱۳۹۹  
مشخصات ظاهری: ۴۱۴ ص.، جدول، نمودار؛ ۲۲\*۲۹ س م.  
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۰۵-۱۹۵-۹  
وضعیت فهرست نویسی: فیبای مختصر  
شناسه افزوده: انتشارات چهارخونه  
شماره کتابشناسی ملی: ۴۴۰۳۱۱۷

## راهنمای گام به گام پایه یازدهم رشته مکانیک خودرو

ناشر: انتشارات چهارخونه

پدیدآورندگان: گروه طراحان

ویراستار: نجمه موسوی

طراحی و گرافیک جلد: مزده صالح‌پور

صفحه آرایی: محبوبه شریفی

حروفچینی: فاطمه مرادی

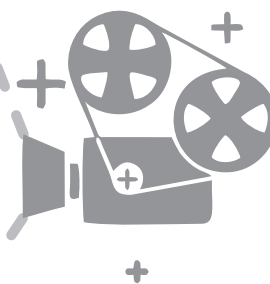
لیتوگرافی: امیر گرافیک

چاپ و صحافی: یگانه

نوبت چاپ: اول - پاییز ۱۳۹۹

شمارگان: ۵۰۰ جلد

قیمت: ۱۲۰۰۰۰ تومان



ISBN: 978-600-305 - 195 - 9

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۰۵-۱۹۵-۹

پایگاه و فروشگاه اینترنتی: [WWW.4khooneh.org](http://WWW.4khooneh.org)

کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است و هر گونه نسخه برداری پیگرد قانونی دارد.

تلفن‌های مرکز پخش: ۰۹۱۲ ۶۲ ۰۰۰۲۶ - ۶۶ ۹۲ ۷۷ ۹۶ - ۶۶ ۹۲ ۸۱ ۷۱

جهت دریافت کتاب از طریق پست به سایت [www.4Khooneh.org](http://www.4Khooneh.org) مراجعه

نموده و یا با شماره تلفن ۰۲۹۶۶۹۲۸۰۲۹ (۰۲۱) تماس حاصل فرمایید.

# فهرست مطالب

## بخش اول: ریاضی ۲

پودمان اول: تابع ..... ۵

پودمان دوم: تابع‌های خطی و درجه دوم ..... ۲۴

پودمان سوم: زاویه‌های دلخواه و نسبت مثلثاتی ..... ۴۹

پودمان چهارم: لگاریتم و خواص آن ..... ۷۲

پودمان پنجم: آمار توصیفی ..... ۸۳

## بخش دوم: فارسی و نگارش (۲)

ستایش ..... ۱۰۵

درس اول: نیکی ..... ۱۰۵

درس دوم: اجزای نوشته ..... ۱۰۸

درس سوم: آغازگری تنها ..... ۱۱۱

درس چهارم: گسترش محتوا (۱) ..... ۱۱۳

درس پنجم: پرورده عشق ..... ۱۱۶

درس ششم: گسترش محتوا (۲) ..... ۱۱۹

درس هفتم: ذوق لطیف ..... ۱۲۱

درس هشتم: گسترش محتوا (۳) ..... ۱۲۳

درس نهم: یاران عشق ..... ۱۲۴

درس دهم: سفرنامه ..... ۱۲۷

درس یازدهم: کاوه دادخواه ..... ۱۲۹

درس دوازدهم: کاهش محتوا ..... ۱۳۳

درس سیزدهم: کبوتر طوق دار ..... ۱۳۵

درس چهاردهم: خون عدل ..... ۱۳۷

نیایش ..... ۱۳۹

## بخش سوم: دین و زندگی ۲

بخش اول: تفکر و اندیشه ..... ۱۴۱

درس اول: هدایت الهی ..... ۱۴۱

درس دوم: تداوم هدایت ..... ۱۴۲

درس سوم: معجزه جاویدان ..... ۱۴۴

درس چهارم: مسئولیت‌های پیامبر ..... ۱۴۵

درس پنجم: امامت، تداوم رسالت ..... ۱۴۷

درس ششم: پیشوایان اسوه ..... ۱۵۰

درس هفتم: وضعیت فرهنگی ..... ۱۵۱

درس هشتم: احیای ارزش‌های راستین ..... ۱۵۲

درس نهم: عصر غیبت ..... ۱۵۴

درس دهم: مرجعیت و ولایت فقیه ..... ۱۵۶

بخش دوم: در مسیر ..... ۱۵۹

درس یازدهم: عزت نفس ..... ۱۵۹

درس دوازدهم: پیوند مقدس ..... ۱۶۰

## بخش چهارم: انسان و محیط زیست

درس اول: آب، سرچشمه زندگی ..... ۱۶۳

درس دوم: خاک، بستر زندگی ..... ۱۶۶

درس سوم: هوا، نفس زندگی ..... ۱۶۸

درس چهارم: انرژی، حرکت، زندگی ..... ۱۷۰

درس پنجم: زباله، فاجعه محیط زیست ..... ۱۷۴

درس ششم: تنوع زیستی ..... ۱۷۶

درس هفتم: محیط زیست ..... ۱۷۸

## بخش پنجم: تاریخ معاصر ایران

درس اول: حکومت قاجار ..... ۱۸۱

درس دوم: دوران ناصرالدین شاه ..... ۱۸۱

درس سوم: زمینه‌های نهضت مشروطه ..... ۱۸۲

درس چهارم: آغاز حرکت مردم ..... ۱۸۳

درس پنجم: مشروطه در دوره محمدعلی شاه ..... ۱۸۳

درس ششم: دوره دوم مشروطه ..... ۱۸۴

درس هفتم: کودتای ۱۲۹۹ ..... ۱۸۵

درس هشتم: رضاخان، تثبیت قدرت ..... ۱۸۵

درس نهم: ویژگی‌های حکومت رضاشاه ..... ۱۸۶

درس دهم: سقوط رضاشاه ..... ۱۸۶

درس یازدهم: اشغال ایران ..... ۱۸۷

درس دوازدهم: نهضت ملی شدن ..... ۱۸۷

درس سیزدهم: زمینه‌های کودتا ..... ۱۸۸

درس چهاردهم: کودتای ۲۸ مرداد ..... ۱۸۸

درس پانزدهم: ربع قرن سیطره آمریکا ..... ۱۸۸

درس شانزدهم: زمینه‌های اصلاحات آمریکایی ..... ۱۸۹

درس هفدهم: پیدایش نهضت روحانیت ..... ۱۸۹

درس هجدهم: قیام ۱۵ خرداد ..... ۱۹۰

درس نوزدهم: تحولات ایران پس از تبعید ..... ۱۹۰

درس بیستم: ایران در مسیر انقلاب اسلامی ..... ۱۹۱

درس بیست و یکم: پیروزی انقلاب اسلامی ..... ۱۹۲

درس بیست و دوم: دولت موقت ..... ۱۹۲

درس بیست و سوم: اولین دوره ریاست ..... ۱۹۲

درس بیست و چهارم: جنگ تحمیلی ..... ۱۹۳

درس بیست و پنجم: آرمانهای انقلاب ..... ۱۹۳

درس بیست و ششم: بیداری اسلامی ..... ۱۹۴

## بخش ششم: زبان انگلیسی (۲)

lesson1:  
The value of knowledge ..... ۱۹۶

lesson2:  
Traveling the world ..... ۲۰۷

Work book: lesson1 ..... ۲۱۹

Work book: lesson2 ..... ۲۲۵

## بخش هفتم: عربی، زبان قرآن

الدرس الخامس ..... ۲۳۴

الدرس السادس ..... ۲۳۷

الدرس السابع ..... ۲۴۰

الدرس الثامن ..... ۲۴۴

## بخش هشتم: شیمی

فصل اول: ساختار اتم و مفاهیم پایه شیمی ..... ۲۴۹

فصل دوم: فرآیندهای شیمیایی ..... ۲۶۰

فصل سوم: محلول و کلوئید ..... ۲۶۸

فصل چهارم: الکتروشیمی ..... ۲۷۴

فصل پنجم: ترکیب‌های کربن دار ..... ۲۸۰

## بخش نهم: مدیریت نوین

پودمان اول: تولید و مدیریت تولید ..... ۲۹۲

پودمان دوم: مدیریت منابع تولید ..... ۲۹۷

پودمان سوم: توسعه محصول جدید ..... ۳۰۰

پودمان چهارم: مدیریت کیفیت ..... ۳۰۴

پودمان پنجم: مدیریت پروژه ..... ۳۰۹

## بخش دهم: تعمیرات سیستم تعلیق، فرمان و ترمز خودرو

پودمان اول: سرویس چرخ خودرو ..... ۳۱۴

پودمان دوم: تعمیر اجزای اصطکاکی سیستم ترمز و سیستم پارک خودرو ..... ۳۲۹

پودمان سوم: تعمیر اجزای هیدرولیکی ترمز ..... ۳۳۴

پودمان چهارم: تعمیر سیستم تعلیق خودرو ..... ۳۴۵

پودمان پنجم: تعمیرات سیستم فرمان خودرو و سواری ..... ۳۶۴

## بخش یازدهم: تعمیرات جعبه دنده و دیفرانسیل

پودمان اول: تعمیر کلاچ ..... ۳۷۲

پودمان دوم: تعمیر جعبه‌دنده‌های معمولی ..... ۳۸۰

پودمان سوم: تعمیر مجموعه گاردان ..... ۳۹۶

پودمان چهارم: تعمیر دیفرانسیل خودروهای محرک عقب ..... ۴۰۰

پودمان پنجم: تعمیر پلوس ..... ۴۰۷

## بخش اول:

# ریاضی ۲

۱ تابع

رابطه بین کمیت‌ها

مفهوم تابع

بازه‌ها

نمادگذاری تابع‌ها

نمایش‌های تابع: جدول و نمودار

۲ تابع‌های خطی و درجه دوم و کاربرد آنها  
در حل معادله‌ها و نامعادله‌ها

تابع‌های خطی

تابع‌های درجه دوم

کاربرد تابع‌ها در حل معادله‌ها

کاربرد تابع‌ها در حل نامعادله‌ها

۳ زاویه‌های دلخواه و نسبت‌های  
مثلثاتی آنها

زاویه چرخش

واحد اندازه‌گیری زاویه: رادیان

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های دلخواه

شیب خط و تانژانت زاویه‌ها

۴ لگاریتم و خواص آن  
لگاریتم  
خواص لگاریتم

۵ آمار توصیفی

خط بهترین برازش

درون‌یابی و برون‌یابی

میانه

نمودار جعبه‌ای

رابطه بین کمیت‌ها

بسیاری از کمیت‌های اطراف ما به نوعی با هم ارتباط دارند. از این ارتباط می‌توان استفاده کرد و با داشتن مقدار یکی، دیگری را به دست آورد. به عنوان مثال مساحت یک مربع و طول ضلع آن دو کمیت مرتبط هستند که در این حالت اگر طول ضلع مربعی را بدانیم می‌توانیم مساحت آن را نیز بیابیم و برعکس اگر مساحت مربعی را بدانیم می‌توانیم طول آن را نیز بیابیم.

**تذکر:** برای آنکه بهتر بتوانیم رابطه بین دو کمیت را بیان کنیم، هر یک از آنها را نام‌گذاری کرده و رابطه بین آن‌ها را می‌نویسیم. در واقع برای شناخت رابطه بین دو کمیت باید بدانیم که این کمیت‌ها چه مقدارهایی می‌توانند داشته باشند و شیوه محاسبه یکی برحسب دیگری چیست.

**مثال:** رابطه بین دو کمیت محیط مربع و طول ضلع آن را نوشته و جدول زیر را کامل کنید.

طول ضلع	۱	□	-	$\frac{3}{2}$
محیط	□	۸	□	۶

حال جدول را کامل می‌کنیم:

$x = 1 \Rightarrow P = 4 \times 1 = 4$

$P = 8 \Rightarrow P = 4x \Rightarrow 8 = 4x \Rightarrow x = 2$

$x = \frac{1}{2} \Rightarrow P = 4 \times \frac{1}{2} = 2$

$P = 6 \Rightarrow 6 = 4x \Rightarrow x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

**مثال: الف)** آیا با مشخص بودن محیط یک دایره، می‌توان مساحت آن را مشخص کرد؟

**ب)** رابطه بین دو کمیت محیط دایره و مساحت دایره را بنویسید.

**پ)** اگر محیط دایره‌ای  $3\pi$  باشد، مساحت آن چقدر است؟

**ت)** اگر مساحت دایره‌ای  $5\pi$  باشد محیط آن چقدر است؟

**ث)** هر یک از این دو کمیت‌های محیط و مساحت چه مقادیری می‌توانند داشته باشند؟

**حل:** الف) بله

ب) اگر محیط دایره را  $P$  و مساحت دایره را  $S$  بنامیم داریم:

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 = \pi \times \frac{P^2}{4\pi^2} = \frac{P^2}{4\pi} \Rightarrow S = \frac{P^2}{4\pi}$$

$$S = \frac{P^2}{4\pi} \Rightarrow S = \frac{(3\pi)^2}{4\pi} = \frac{9\pi^2}{4\pi} = \frac{9\pi}{4}$$

$$S = \frac{P^2}{4\pi} \Rightarrow 5\pi = \frac{P^2}{4\pi} \Rightarrow P^2 = 20\pi^2 \Rightarrow P = \sqrt{20\pi^2} = \pi\sqrt{20} = \pi\sqrt{4 \times 5} = 2\pi\sqrt{5}$$

ث) هر کدام از دو کمیت‌های محیط و مساحت دایره می‌توانند اعدادی نامنفی باشند یعنی  $P \geq 0$  و  $S \geq 0$

**مثال:** خودرویی را در نظر بگیرید که گنجایش ۵۰ لیتر بنزین را دارد، و این خودرو به طور متوسط در هر ۱۰۰ کیلومتر ۸ لیتر بنزین مصرف می‌کند و باک این خودرو قبل از حرکت پر شده است.

**الف)** اگر مقدار بنزین موجود در باک را برحسب لیتر  $V$  و مسافت طی شده برحسب کیلومتر را  $d$  بنامید رابطه بین دو کمیت مقدار بنزین در باک و مسافت طی شده را بنویسید.

**ب)** اگر توصیه شود که برای صدمه ندیدن موتور حداقل ۳ لیتر بنزین در باک موجود باشد برای سالم نگه داشتن موتور حجم بنزین در باک چه مقداری می‌تواند باشد؟

**پ)** اگر خودرو ۵۷۵ کیلومتر مسافت را طی کرده باشد حجم بنزین موجود در باک چقدر است؟

**ت)** اگر حجم بنزین موجود در باک ۲۰ لیتر باشد، خودرو چه مسافتی را طی کرده است؟

**حل:** الف) این خودرو به ازای هر لیتر بنزین  $\frac{100}{8} = 12.5$  کیلومتر مسافت را طی می‌کند بنابراین رابطه بین مسافت طی شده و حجم بنزین موجود در باک از تناسب زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1 \text{ لیتر}}{12.5 \text{ کیلومتر}} = \frac{50 - V}{d} \Rightarrow d = 12.5(50 - V)$$

ب) حداقل ۳ لیتر و حداکثر ۵۰ لیتر

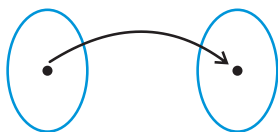
$$d = 12.5(50 - V) \Rightarrow 575 = 12.5 \times 50 - 12.5V \Rightarrow 12.5V = 625 - 575 \Rightarrow 12.5V = 50 \Rightarrow V = \frac{50}{12.5} = 4$$

$$d = 12.5(50 - V) \Rightarrow d = 12.5(50 - 20) = 12.5 \times 30 = 375 \Rightarrow d = 375 \text{ کیلومتر}$$

## مفهوم تابع

**تعریف تابع:** اگر دو کمیت (الف) و (ب) با یکدیگر مرتبط باشند و با مشخص شدن مقدار کمیت (الف)، فقط یک مقدار برای کمیت (ب) به دست آید، در این صورت کمیت (ب) را تابعی از کمیت (الف) می‌نامند.

مجموعه مقادیر کمیت (ب)      مجموعه مقادیر کمیت (الف)



به عبارتی دیگر تابع، رابطه‌ای بین دو مجموعه A و B است که در آن هر عضو از مجموعه A فقط به یک عضو از مجموعه B نسبت داده می‌شود.

**تذکر مهم:** اگر با مشخص شدن یک مقدار کمیت (الف)، بیش از یک مقدار برای کمیت (ب) به دست آید این رابطه تابع نیست.

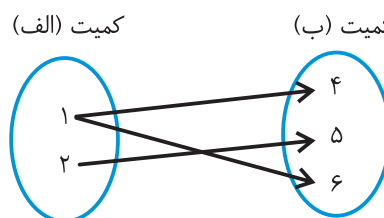
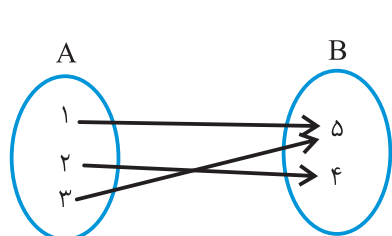
**مثال:** کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟

(الف) رابطه بین افراد و غذای مورد علاقه آنها

(ب) رابطه بین افراد و وزن آنها

(پ) رابطه بین مساحت یک مربع و ضلع آن

(ت) رابطه‌ای که به هر عدد ریشه دوم آن را نسبت می‌دهد.



**حل:** الف) تابع نیست زیرا ممکن است شخص به دو یا چند غذا علاقمند باشد.

ب) تابع است، زیرا به هر فرد فقط یک وزن می‌توانیم نسبت دهیم.

پ) تابع است. زیرا با مشخص شدن اندازه ضلع مربع فقط یک مقدار معین برای مساحت آن به دست می‌آید مثلاً اگر ضلع مربعی ۳ متر باشد مساحت آن ۹ مترمربع می‌باشد.

ت) تابع نیست زیرا هر عدد مثبت دو ریشه دوم دارد. مثلاً عدد ۲۵ دارای ریشه‌های ۵ و -۵ است.

ث) تابع نیست زیرا عدد ۱ از کمیت (الف) به دو عدد ۴ و ۶ از کمیت (ب) نسبت داده شده است.

ج) تابع است. زیرا هر مقدار از کمیت A فقط به یک مقدار از کمیت B نسبت داده شده است.

**تعریف دامنه و ضابطه تابع:**

اگر کمیت (ب) تابعی از کمیت (الف) باشد، مقادیری که کمیت (الف) می‌تواند داشته باشد را دامنه این تابع می‌نامند و قانونی را که مقادیر کمیت

(ب) را برحسب مقادیر کمیت (الف) به دست می‌دهد، قانون یا ضابطه این تابع گویند.

**مثال:** رابطه  $y = x^2$  را در نظر بگیرید.

**الف)** آیا x تابعی از y است؟ چرا؟

**ب)** آیا y تابعی از x است؟ چرا؟

**حل:**

$$y = x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y} \quad \text{الف) خیر}$$

زیرا برای  $y = 9$  دو مقدار  $\pm 3$  برای x به دست می‌آید. به طور کلی در این رابطه برای هر مقدار مثبت برای y دو مقدار برای x به دست می‌آید.

ب) بله. زیرا برای هر مقدار x، فقط یک مقدار برای y به دست می‌آید. دامنه این تابع تمام اعداد حقیقی R است.

**مثال:** رابطه  $|r| = S + 2$  را در نظر بگیرید.

**الف)** آیا r تابعی از S است؟

**حل:** الف) خیر، زیرا برای  $S = 0$  دو مقدار  $\pm 2$  برای r به دست می‌آید.

$$S = 0 \Rightarrow |r| = 0 + 2 \Rightarrow |r| = 2 \Rightarrow r = \pm 2$$

**ب)** آیا S تابعی از r است؟

**حل:** ب) بله، S تابعی از r است زیرا برای هر مقدار r فقط یک مقدار برای S به دست می‌آید.

$$|r| = S + 2 \Rightarrow S = |r| - 2$$

مثال: رابطه  $y = x^3$  را در نظر بگیرید.

الف) آیا  $x$  تابعی از  $y$  است؟

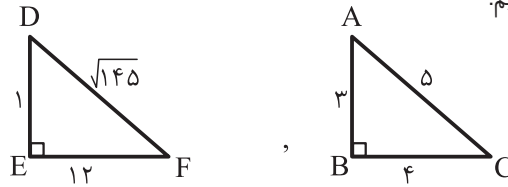
حل: الف) بله.  $x^3 = y \Rightarrow x = \sqrt[3]{y}$

ب) آیا  $y$  تابعی از  $x$  است؟

بله، زیرا برای هر مقدار  $x$  فقط یک مقدار برای  $y$  به دست می‌آید.

مثال: آیا محیط مثلث تابعی از مساحت آن است؟ چرا؟

حل: خیر. اگر دو مثلث زیر را در نظر بگیریم.



$$S_{DEF} = \frac{1 \times 12}{2} = 6, \quad S_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

این دو مثلث مساحت‌شان برابر است

ولی محیط‌شان برابر نیست

$$ABC \text{ محیط} = 3 + 4 + 5 = 12$$

$$DEF \text{ محیط} = 1 + 12 + \sqrt{145} = 13 + \sqrt{145}$$

در این مثال می‌بینیم که برای مقدار 6 مساحت، دو مقدار مختلف برای محیط به دست آمده است پس محیط مثلث تابعی از مساحت آن نمی‌باشد.

## بازه‌ها

بازه‌ها گونه‌ای دیگر از زیر مجموعه‌های اعداد حقیقی می‌باشند.

انواع بازه: فرض کنیم  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند و  $a < b$  در این صورت:

الف) بازه بسته  $a$  و  $b$ : مجموعه تمام اعداد حقیقی بین  $a$  و  $b$  و خود  $a$  و  $b$  تشکیل بازه بسته  $a$  و  $b$  می‌دهد و با  $[a, b]$  نشان می‌دهند به عبارتی دیگر:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$

ب) بازه باز  $a$  و  $b$ : مجموعه تمام اعداد حقیقی بین  $a$  و  $b$  است و با  $(a, b)$  نشان داده می‌شود.

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$

ج) بازه نیم باز یا نیم بسته: اگر از بازه بسته  $[a, b]$  ابتدا یا انتهای آن را حذف کنیم بازه نیم باز یا نیم بسته به دست می‌آید که به دو صورت

زیر می‌باشند.

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$

تذکره: ۱)  $(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\} = (a, +\infty) \quad (2)$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\} = (-\infty, a) \quad (3)$$

مثال: جدول زیر را کامل کنید.

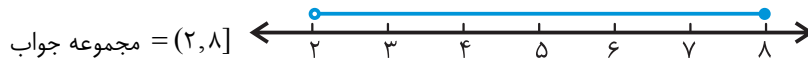
حل:

نمایش با بازه	نمایش با نماد مجموعه	نمایش روی محور	نوع بازه
$[-1, 2)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 2\}$		نیم باز
$[0, 1]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$		بسته
$(-\infty, 1]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$		نیم باز
$(2, 3)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 3\}$		باز

مثال: مجموعه جواب نامعادله  $3 \leq \frac{x}{2} - 1 < 0$  را به صورت بازه نشان داده و روی محور نشان دهید.

$$0 < \frac{x}{2} - 1 \leq 3 \xrightarrow{+1} 0 + 1 < \frac{x}{2} - 1 + 1 \leq 3 + 1 \Rightarrow 1 < \frac{x}{2} \leq 4 \xrightarrow{\times 2} 1 \times 2 < \frac{x}{2} \times 2 \leq 4 \times 2 \Rightarrow 2 < x \leq 8$$

حل:



مثال: حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

الف)  $(-\infty, 2] \cup (1, 5]$

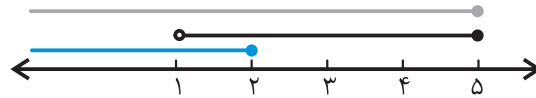
ب)  $(-2, 3) \cap [-1, 5]$

ج)  $[-3, 7) - (2, 8]$

حل: در این طور مسائل بهتر است ابتدا بازه‌ها را روی محور رسم کرده سپس حاصل را بیابیم.

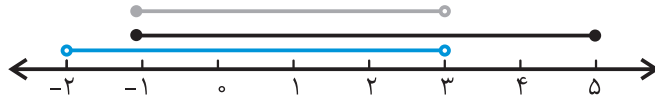
الف)

$(-\infty, 2] \cup (1, 5] = (-\infty, 5]$



ب)

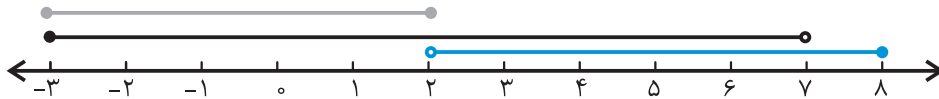
$(-2, 3) \cap [-1, 5] = [-1, 3)$



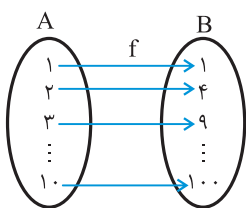
ج)

$[-3, 7) - (2, 8] = [-3, 2]$

باید از  $[-3, 7)$  بازه  $(2, 8]$  را حذف کنیم که طبق نمودار داریم:



### نمادگذاری تابع‌ها



از آن جایی که رابطه‌ی بین کمیت‌ها به شکل‌های مختلفی می‌باشند و تابع‌های زیادی وجود دارند بنابراین بهتر است نامی برای آن‌ها انتخاب کنیم تا کار کردن با آن‌ها ساده‌تر شود به عنوان مثال اگر تابع زیر که کمیت‌های  $A$  را به  $B$  نظیر می‌کند را  $f$  بنامیم:

می‌بینیم که این تابع عضو ۱ از  $A$  را به عضو ۱ از  $B$  و عضو ۲ از  $A$  را به عضو ۴ از  $B$  و ... و عضو  $n$  از  $A$  را به عضو  $n^2$  از  $B$  وصل می‌کند

برای راحتی کار می‌نویسیم:

$$f(1) = 1, f(2) = 4, f(3) = 9, \dots, f(n) = n^2$$

و به  $f(1)$  مقدار تابع  $f$  در ۱ می‌گویند و می‌خوانند  $f$  یک و چون تابع  $f$  هر عضو  $A$  را به مربع یا توان دو آن عدد نظیر می‌کند ضابطه یا قانون این تابع را به صورت  $f(x) = x^2$  می‌نویسیم (بخوانید  $f$  ایکس) دامنه این تابع  $D_f = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  می‌باشد.

**نکته:** در هر تابع، مقدار تابع فقط برای مقادیر دامنه محاسبه می‌شود و حتی اگر مقادیر خارج از دامنه را بتوان در قانون تابع قرار داد و مقداری را برای آن محاسبه کرد، عدد محاسبه شده معنایی ندارد. به عبارت دیگر اگر  $f$  یک تابع و  $x$  متغیر آن باشد مقادیر  $f(x)$  را فقط برای  $x$ هایی محاسبه می‌کنیم که این  $x$ ها در دامنه تابع باشند.



**مثال:** تابع  $f$  با قانون  $f(x) = 3x - 2$  و دامنه  $[-2, 5]$  را در نظر بگیرید و مقادیر زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف)  $f(1)$       ب)  $f(\frac{1}{2})$       پ)  $f(-\frac{1}{6})$       ت)  $f(f(2))$       ث)  $f(6)$       ج)  $f(\sqrt{2})$

**حل:**

الف)  $f(1) = 3(1) - 2 = 1$

ب)  $f(\frac{1}{2}) = 3(\frac{1}{2}) - 2 = \frac{3}{2} - 2 = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2}$

پ)  $f(-\frac{1}{6}) = 3(-\frac{1}{6}) - 2 = -\frac{3}{6} - 2 = -\frac{1}{2} - 2 = \frac{-1-4}{2} = -\frac{5}{2}$

ت)  $f(f(2)) =$

$f(2) = 3(2) - 2 = 6 - 2 = 4$

در این طور مواقع ابتدا داخل پرانتز یعنی  $f(2)$  را حساب می‌کنیم.

حال  $f(4)$  را می‌یابیم:

$f(f(2)) = f(4) = 3(4) - 2 = 12 - 2 = 10$

ث) چون 6 در دامنه تابع نیست بنابراین  $f(6)$  معنایی ندارد.

ج)  $f(\sqrt{2}) = 3(\sqrt{2}) - 2 = 3\sqrt{2} - 2$

**مثال:** طول یک مستطیل 5 واحد بیشتر از عرض آن است.

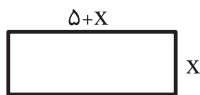
الف) رابطه ریاضی بنویسید که محیط مستطیل را برحسب تابعی از عرض آن بیان کند و تابع را  $g$  و متغیر آن  $x$  را بنامید،

ب)  $g(3)$  را بیابید.

پ) آیا  $g(-2)$  معنایی دارد؟

ت) دامنه این تابع را مشخص کنید.

**حل:** اگر عرض مستطیل را  $x$  بنامیم، طول مستطیل برابر است با  $x + 5$  بنابراین:



الف)  $g(x) = 4x + 10 \Rightarrow g(x) = 4x + 10$  (محیط مستطیل =  $2(\text{عرض} + \text{طول}) = 2((x+5) + x) = 2(2x+5) = 4x+10$ )

ب)

$g(3) = 4 \times 3 + 10 = 22$

پ)  $g(-2)$  معنایی ندارد زیرا عرض مستطیل منفی نمی‌شود به عبارتی دیگر،  $-2$  در دامنه تابع  $g$  نیست.

ت) دامنه  $D_g = (0, +\infty)$

**مثال:** اگر  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  و  $D_f = R$  باشد مقادیر زیر را بیابید.

الف)  $f(0)$       ب)  $f(-2) =$       پ)  $f(f(1)) =$       ت)  $f(a+2) =$       ث)  $2f(-1) + 3f(2) =$

**حل:**

الف)  $f(0) = (0)^2 - 3(0) + 1 = 1$

ب)  $f(-2) = (-2)^2 - 3(-2) + 1 = 4 + 6 + 1 = 11$

پ) ابتدا  $f(1)$  را می‌یابیم.

$f(1) = (1)^2 - 3(1) + 1 = 2 - 3 = -1 \Rightarrow f(-1) = (-1)^2 - 3(-1) + 1 = 1 + 3 + 1 = 5$

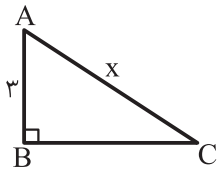
ت)  $f(a+2) = (a+2)^2 - 3(a+2) + 1 = a^2 + 4a + 4 - 3a - 6 + 1 = a^2 + a - 1$

ث) ابتدا  $f(-1)$  و  $f(2)$  را می‌یابیم:

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= (-1)^2 - 3(-1) + 1 = 1 + 3 + 1 = 5 \\ f(2) &= 2^2 - 3(2) + 1 = 4 - 6 + 1 = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2f(-1) + 3f(2) = 2 \times 5 + 3 \times (-1) = 10 - 3 = 7$$

**مثال:** طول یکی از ضلع‌های زاویه قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۳ سانتی‌متر است. مساحت این مثلث تابعی از وتر آن است این تابع را  $f$  بنامید و متغیر آن را  $x$  نامیده و دامنه و قانون این تابع را مشخص کنید.

**حل:**



$$AB = 3, AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow 3^2 + BC^2 = x^2 \Rightarrow BC^2 = x^2 - 9 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 - 9}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{BC \times AB}{2} = \frac{\sqrt{x^2 - 9} \times 3}{2}$$

حال اگر مساحت را  $f$  بنامیم، ضابطه یا قانون این تابع به صورت زیر است:

$$f(x) = \frac{3\sqrt{x^2 - 9}}{2}$$

از آن جایی که عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج نباید منفی باشد پس داریم:

$$x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq -3$$

چون  $x$  طول وتر است و منفی نمی‌شود پس  $x \geq 3$  بنابراین  $D_f = [3, +\infty)$  دامنه  $f$

### نمایش‌های تابع: جدول و نمودار

**جدول مربوط به یک تابع:** برای هر تابع می‌توان جدولی دو سطری رسم کرد که در سطر اول، مقدارهایی از دامنه و در سطر دوم مقدار تابع به ازای مقادیر دامنه قرار می‌گیرد. این جدول را جدول تابع می‌نامند. که برای شناخت چگونگی تغییرات مقادیر تابع که رفتار تابع نامیده می‌شوند بسیار مفید است.

**نمودار تابع:** به کمک جدول یک تابع می‌توان نموداری در صفحه رسم کرد هر زوج اعدادی در جدول که از اعداد دامنه تابع (سطر اول) و مقدار تابع (سطر دوم) تشکیل شده است نقطه‌ای را در صفحه مختصات مشخص می‌کند، مجموعه این نقاط شکلی را در صفحه مشخص می‌کنند که نمودار تابع نامیده می‌شود. از طریق نمودار تابع، رفتار تابع را بهتر می‌توان تشخیص داد.

**مثال:** تابع  $f(x) = x^2 - 1$  را در نظر بگیرید.

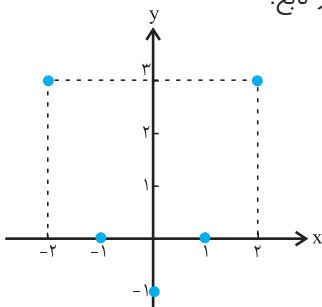
**الف) جدول و نمودار این تابع را با دامنه  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  رسم کنید.**

**حل:** ابتدا مقادیر تابع را به ازای نقاط دامنه آن می‌یابیم:

$$f(-2) = (-2)^2 - 1 = 3, \quad f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$$

$$f(0) = 0^2 - 1 = -1, \quad f(1) = 1^2 - 1 = 0, \quad f(2) = 2^2 - 1 = 3$$

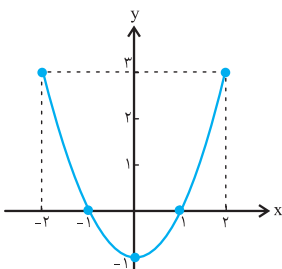
نمودار تابع:



جدول تابع:

$x$ (دامنه)	-2	-1	0	1	2
$y$ یا $f(x)$ مقدار تابع	3	0	-1	0	3

**ب) نمودار تابع را با دامنه  $[-2, 2]$  رسم کنید و چگونگی تغییرات مقادیر تابع (رفتار تابع) را در دامنه‌اش بررسی کنید.**



**حل:** چون دامنه تابع بازه بسته  $[-2, 2]$  است، نقاط به دست آمده در جدول قسمت الف را به هم وصل می‌کنیم:

رفتار تابع در بازه  $[-2, 0]$  کاهشی (نزولی) است به این معنی که با افزایش مقدار  $x$  در این بازه مقدار تابع کاهش می‌یابد و رفتار تابع در بازه  $[0, 2]$  افزایشی (صعودی) است، به این معنی که با افزایش مقدار  $x$  در این بازه مقدار تابع افزایش می‌یابد.